MATEMÁTICA

8° ANO

MATEMÁTICA 8° ano

1. NÚMEROS REAIS
2. CÁLCULOS ALGÉBRICOS
3. EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES
4. PRODUTOS NOTÁVEIS
5. TRIÂNGULOS
6. QUADRILÁTEROS
7. CIRCUNFERÊNCIA
8. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

1ª edição

MARCELO F BATISTA
Organizador

azup

MATEMÁTICA
8º ANO
AZUP

Marcelo F Batista
Organizador

https://azup.com.br/

Título: *Matemática 8º ano Azup*

Professora: Ângela Maria Ferreira de O Lourdes
Diagramador: Carlos Batista
Organizador: Marcelo F Batista

Vale das Palmeiras, 10 - Tororó – Brasília/DF – CEP 71684-370
E-mail: azup@azup.com.br
https://azup.com.br/

https://azup.com.br/

https://azup.com.br/

https://azup.com.br/

SUMÁRIO

1

1. NÚMEROS REAIS

- Números naturais inteiros e racionais
- Conjuntos de números reais
- Potenciação e notação científica
- Radiciação com números racionais
- Operações com números reais

1.1. NÚMEROS NATURAIS INTEIROS E RACIONAIS

Os conjuntos numéricos reúnem diversos conjuntos cujos elementos são números.

– Conjunto dos Números Naturais (N): ele reúne os números que usamos para contar (incluindo o zero) e é infinito.

Subconjuntos dos Números Naturais

N* = {1, 2, 3, 4, 5…, n, …} ou N* = N – {0}: conjuntos dos números naturais não-nulos, ou seja, sem o zero.

Np = {0, 2, 4, 6, 8…, 2n, …}, em que n ∈ N: conjunto dos números naturais pares.

Ni = {1, 3, 5, 7, 9…, 2n+1, …}, em que n ∈ N: conjunto dos números naturais ímpares.

P = {2, 3, 5, 7, 11, 13, …}: conjunto dos números naturais primos.

– Conjunto dos Números Inteiros (Z): reúne todos os elementos dos números naturais (N) e seus opostos. Assim, conclui-se que N é um subconjunto de Z (N ⊂ Z):

Subconjuntos dos Números Inteiros

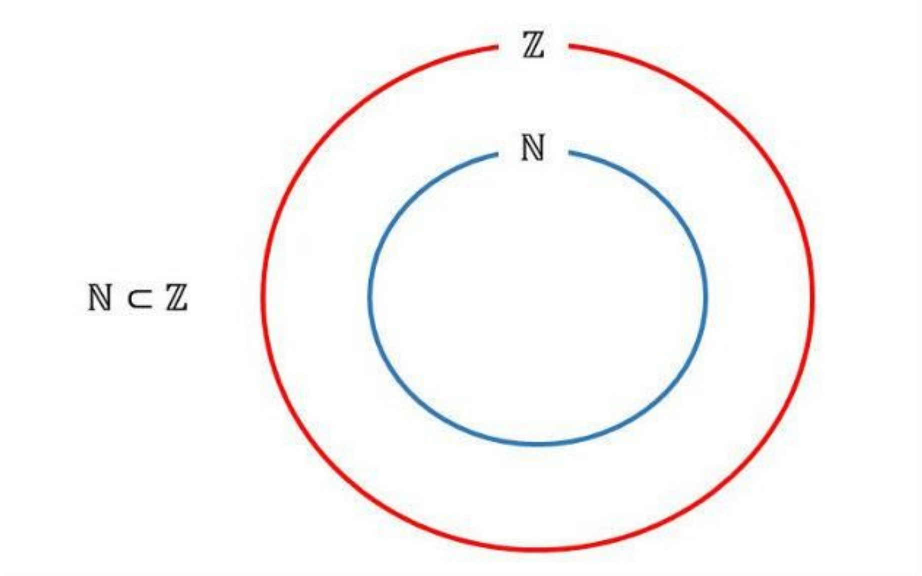
Z* = {…, –4, –3, –2, –1, 1, 2, 3, 4, …} ou Z* = Z – {0}: conjuntos dos números inteiros não-nulos, ou seja, sem o zero.

Z+ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}: conjunto dos números inteiros e não-negativos. Note que Z+ = N.

Z*+ = {1, 2, 3, 4, 5, …}: conjunto dos números inteiros positivos e sem o zero.

Z – = {…, –5, –4, –3, –2, –1, 0}: conjunto dos números inteiros não-positivos.

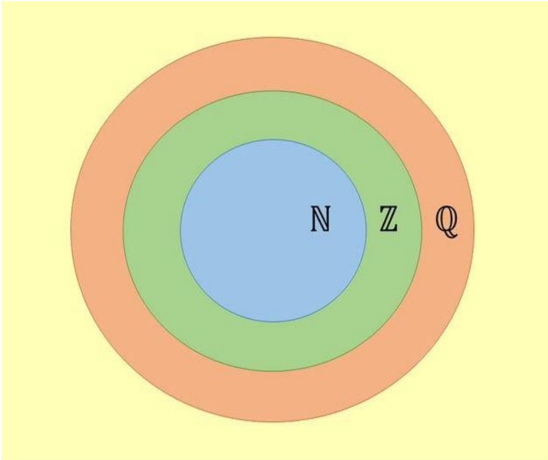
Z*– = {…, –5, –4, –3, –2, –1}: conjunto dos números inteiros negativos e sem o zero.



– Conjunto dos Números Racionais (Q): reúne todos os números que podem ser escritos na forma p/q, sendo p e q números inteiros e q≠0.

Q = {0, ±1, ±1/2, ±1/3, …, ±2, ±2/3, ±2/5, …, ±3, ±3/2, ±3/4, …}

Note que todo número inteiro é também número racional. Assim, Z é um subconjunto de Q.



Importante ressaltar que as dízimas periódicas são números racionais. Elas são números decimais que se repetem após a vírgula, por exemplo: 1,4444444444… Embora possua infinitas casas decimais, pode ser escrito como a fração 13/9.

Subconjuntos dos Números Racionais

Q* = subconjunto dos números racionais não-nulos, formado pelos números racionais sem o zero.

Q+ = subconjunto dos números racionais não-negativos, formado pelos números racionais positivos e o zero.

Q*+ = subconjunto dos números racionais positivos, formado pelos números racionais positivos, sem o zero.

Q– = subconjunto dos números racionais não-positivos, formado pelos números racionais negativos e o zero.

Q*– = subconjunto dos números racionais negativos, formado números racionais negativos, sem o zero.

Questões resolvidas:

1 – Analise os conjuntos a seguir e os relacione com os conjuntos descritos nas sentenças I, II e III.

A = {0,2,4,6,8,10…}

B = {1,3,5,7,9,11…}

C = {1,2,4,8}

I – Conjunto dos números ímpares

II – Conjunto dos divisores de 8

III – Conjunto dos números pares

Ao relacionar o conjunto com as sentenças, temos que:

A) A – I; B – II; C – III.

B) A – III; B – II; C – I.

C) A – I; B – III ; C – II.

D) A – III; B – I; C – II.

E) A – II; B – I; C – III.

Respostas:

A – III. Note que o conjunto A é composto por todos os números pares.

B – I. Já o conjunto B é composto por todos os números ímpares.

C – II. Os números que compõem o conjunto C são os divisores de 8.

2 – Efetue as expressões numéricas:

a) $2 + 4 - 2 =$

b) $2 \{3 + 1 [5 - 4 (3 . 2)] - 8\} =$

c) $- 2 + 6 - 10 - 4 =$

Resposta: a) $2 + 4 - 2 =$ (Resolva a expressão numérica da esquerda para direita)

$2 + 4 - 2 = 6 - 2 = 4$

b) $2 \{3 + 1 [5 - 4 (3 . 2)] - 8\}$ (Resolva a expressão numérica da esquerda para a direita e lembre-se de que primeiro são parênteses ( ), depois colchetes [ ] e, por último, chaves { }.

$2 \{3 + 1 [5 - 4 (3 . 2)] - 8\} = 2 \{3 + 1 [5 - 4 (6)] - 8\} = 2 \{3 + 1 [5 - 24] - 8\} = 2 \{3 + 1 [-19] - 8\} = 2 \{3 - 19 - 8\} = 2 \{3 - 27\} = 2 \{- 24\} = - 48$

c) $- 2 + 6 - 10 - 4 =$ (Resolva a expressão numérica da esquerda para direita)

$- 2 + 6 - 10 - 4 = 4 - 10 - 4 = - 6 - 4 = - 10$

3 – Represente as frações na forma decimal.

a) 12/5

b) 47/8

c) 9/4

Respostas:

a)

$$\frac{12}{5} = 12 \div 5 = 2{,}4$$

b)

$$\frac{47}{8} = 47 \div 8 = 5{,}875$$

c)

$$\frac{9}{4} = 9 \div 4 = 2{,}25$$

1.1.1. Exercício de números naturais, inteiros e racionais 8º ano

1. Decomponha os números abaixo em fatores primos:
   a) 150 =
   b) 150^2 =
   c) 500 =
   d) 500^2 =

2. Escreva na forma de fração:
   a) 0,57 =
   b) 1,28 =
   c) 3,125 =
   d) -31,25 =

3. Obtenha as geratrizes das seguintes dízimas periódicas:
   a) 0,777... =
   b) 3,888... =
   c) 6,1777... =
   d) 5,83333... =

4. Lembrando que -1 é o oposto de 1, responda:
   a) Qual a soma de dois números opostos?
   b) Qual é o oposto de 3?
   c) Qual é o oposto de -4?
   d) Qual é o oposto de 0?

5. Escreva os números na forma decimal:
   a) $\frac{7}{10}$ =
   b) $\frac{29}{10}$ =

c) $\frac{31}{100}$ =

d) $\frac{2874}{100}$ =

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) $2 \cdot 3 \cdot 5^2$	a) $\frac{57}{100}$	a) $\frac{7}{9}$	a) 0	a) 0,7
b) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^4$	b) $\frac{32}{25}$	b) $\frac{35}{9}$	b) -3	b) 2,9
c) $2^2 \cdot 5^3$	c) $\frac{25}{8}$	c) $\frac{278}{45}$	c) 4	c) 0,31
d) $2^4 \cdot 5^6$	d) $-\frac{125}{4}$	d) $\frac{35}{6}$	d) 0	d) 28,74

2

2. CÁLCULOS ALGÉBRICOS

- Simplificação de expressões algébricas
- Polinômios
- Operações com polinômios
- Fatoração de polinômios
- Frações algébricas

2.1. SIMPLIFICAÇÃO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Uma expressão que contém letras e números, separados por operações básicas da Matemática, como a adição e a multiplicação.

Vejamos alguns exemplos de expressões algébricas:

a) $2x^2b + 4ay^2 + 2$
b) $5m^3n8$
c) $x^2 + 2x - 3$

As expressões algébricas recebem nomes particulares dependendo da quantidade de termos algébricos que possuem.

Monômio: quando ela possui somente um termo algébrico.

Um monômio é dividido em duas partes: o coeficiente, que é o número que está multiplicando a letra, e a parte literal, que é a variável com o seu expoente.

Exemplos:

a) $2x^3$ → coeficiente é igual a 2 e a parte literal é igual a x^3.
b) $4ab$ → coeficiente é igual a 4 e a parte literal é igual a ab.
c) m^2n → coeficiente é igual a 1 e a parte literal é igual a m^2n.

Quando as partes literais de dois monômios são iguais, eles são conhecidos como monômios semelhantes.

Exemplos:

a) $2x^3$ e $4x^3$ são semelhantes.

b) $3ab^2$ e $-7ab^2$ são semelhantes.

c) $2mn$ e $3mn^2$ não são semelhantes.

d) $5y$ e $5x$ não são semelhantes.

Polinômios: quando possui muitos termos algébricos, ela é conhecida como polinômio.

Exemplos:

a) $2x^2 + 2x + 3$
b) $2ab - 4ab^2 + 2a - 4b + 1$
c) $5mn - 3$
d) $4y^2 + x^3 - 4x + 8$

Simplificação de expressões algébricas

Em uma expressão algébrica, quando há termos semelhantes, é possível realizar a simplificação dessa expressão por meio de operações com os coeficientes dos termos semelhantes.

Exemplo:

$5xy^2 + 10x - 3xy + 4x^2y - 2x^2y^2 + 5x - 3xy + 9xy^2 - 4x^2y + y$

Operações entre os termos semelhantes:

$5xy^2 + 9xy^2 = 14xy^2$

$10x + 5x = 15x$

$-3xy - 3xy = -6xy$

$4x^2y - 5x^2y = -1x^2y = -x^2y$

O termo $-2x^2y^2$ não possui nenhum termo semelhante a ele, logo a expressão algébrica simplificada será:

$-2x^2y^2 + 14xy^2 + 15x - 6xy - x^2y$

Outros exemplos:

a) $3xy + 7xy^4 - 6x^3y + 2xy - 10xy^4 = (3xy + 2xy) + (7xy^4 - 10xy^4) - 6x^3y = 5xy - 3xy^4 - 6x^3y$
b) $ab - 3cd + 2ab - ab + 3cd + 5ab = (ab + 2ab - ab + 5ab) + (-3cd + 3cd) = 7ab$

2.1.1. Exercício de expressões algébricas 8º ano

1. Calcule o valor da seguinte expressão:

$(a + b + c) \cdot (a - b + c) \cdot (a - b - c)$, para a = 1, b = -1 e c = 1

2. Calcule o valor da seguinte expressão:

$\frac{xy-x}{2y-1}$, para x = 1 e y = 1,5

3. Calcule 2x² - x + 3 para os seguintes valores de x:

   a) 2
   b) -1
   c) $\frac{1}{3}$
   d) $-\frac{1}{2}$

4. Calcule, se existir, o valor numérico de $\frac{3x^2+2y}{x-4y}$ nos seguintes casos:

   a) x = 0 e y = 5
   b) x = 2 e y = $\frac{1}{2}$
   c) x = 4 e y = -24
   d) x = -2 e y = -1

Sendo x = $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, calcule o valor de x para a = 1, b = 5 e c = 6.

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
3	0,25	a) 9 b) 6 c) $\frac{26}{9}$ d) 4	a) $-\frac{1}{2}$ b) Não existe c) 0 d) 5	x = -2

3

3. EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES

- Equações
- Equação do 1° grau
- Sistemas de equações métodos
- Inequações do 1° grau

3.1. EQUAÇÕES

É uma expressão algébrica que contém uma igualdade. Ela foi criada para ajudar as pessoas a encontrarem soluções para problemas nos quais um número não é conhecido. Sabendo que a soma de dois números consecutivos é igual a 11, por exemplo, é possível encontrar esses dois números por meio de equações.

$x + 2 = 7$

$12x^2 + 16y + 4ab = 7$

$1:x = 3$

A igualdade é o que permite encontrar os resultados de uma equação. É a igualdade que relaciona uma operação matemática aplicada em alguns números com o seu resultado. Portanto, a igualdade é peça fundamental ao procurar os resultados de uma equação.

Exemplo:

Dada a equação $x – 14 = 8$, qual é o valor de x?

$x – 14 = 8$

$x = 8 + 14$

$x = 22$

Grau de uma equação

O grau de uma equação está relacionado com a quantidade de incógnitas que ela possui. Dizemos que uma equação é de grau 1 quando o maior expoente das suas incógnitas é 1. Uma equação possui grau 2 quando o maior expoente das suas incógnitas é 2 e assim por diante. O grau também pode ser dado pelo produto de incógnitas diferentes. Por exemplo: a equação xy + 2 = y é uma equação de grau 2 porque possui um produto entre duas incógnitas de expoente 1.

Exemplos

1) Qual o valor de x na equação 4x + 4 = 2x – 8?

Solução:

$4x + 4 = 2x - 8$

$4x - 2x = -8 - 4$

$2x = -12$

$2x = -12$

$x = -12 / 2$

$x = -6$

2) Sabendo que a soma de dois números consecutivos é igual a 11, quais são esses dois números?

Solução:

$x + (x + 1) = 11$

$x + x + 1 = 11$

$x + x = 11 – 1$

$2x = 10$

$2x = 10$

$x = 10/ 2$

$x = 5$

3.1.1. Exercício de equações

1. Calcule x em cada equação:

   a) $15(x+2)=0$
   b) $x(x-4)=0$
   c) $(x+1)(2x-1)=0$
   d) $5x(x-1)(x-2)=0$

2. Calcule x em cada equação:

   a) $x^2=4x$
   b) $3x^2=6x$
   c) $2x^2=5x$
   d) $25x=4x^2$

3. Vamos resolver:.

   a) $2x+5=5+2x$
   b) $2x-1=-(1-2x)$
   c) $3(x+2)=2(x+4)+x-4$
   d) $\frac{x+1}{2}+\frac{2x+1}{3}=1-\frac{1-x}{6}$

4. Somando 4 ao quadrado da idade de Junior, obtemos o quádruplo da idade dele. Quantos anos tem Júnior?

5. Resolva a equação utilizando a fatoração.

$$x^2-10x+25=0$$

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) -2 b) 0; 4 c) -1; $\frac{1}{2}$ d) 0; 1; 2	a) 0; 4 b) 0; 2 c) 0; $\frac{5}{2}$ d) 0; $\frac{25}{4}$	a) Indeterminada b) Indeterminada c) Impossível d) X = 0	2 anos	X = 5

4. PRODUTOS NOTÁVEIS

4.1. DESENVOLVIMENTO DE PRODUTOS NOTÁVEIS

Esse produtos são multiplicações em que os fatores são polinômios. Veja alguns os tipos de produtos notáveis:

– **Quadrado da soma:** esses são do tipo $(x + a)(x + a) = (x + a)^2$

O nome quadrado da soma é dado porque a representação por potência desse produto é a seguinte:

$(x + a)^2 = (x + a)(x + a) = x^2 + xa + ax + a^2 = x^2 + 2xa + a^2$

Lê-se: "o quadrado do primeiro termo mais duas vezes o primeiro vezes o segundo mais o quadrado do segundo termo."

Exemplo: $(x + 7)^2 = x^2 + 2x.7 + 49 = x^2 + 14x + 49$

– **Quadrado da diferença:** é dado por: $(x – a)(x – a) = (x – a)^2$

Esse produto pode ser escrito da seguinte maneira por meio da notação de potências:

$(x – a)^2 = (x – a)(x – a) = x^2 – xa – ax + a^2 = x^2 – 2xa + a^2$

Lê-se: "o quadrado do primeiro termo menos duas vezes o primeiro vezes o segundo mais o quadrado do segundo termo."

Exemplo: $(x – 3)^2 = x^2 – 2x.3 + 9 = x^2 -6x + 9$

– **Produto da soma pela diferença:** é dado por: $(x + a)(x – a) = (x + a)(x – a) = x^2 – a^2$

Vejamos um exemplo:

$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$

Lê-se: "O quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo."

Exercícios:

1. Desenvolva:

a) $(3x + y)^2 = (3x)^2 + 2.3x.y + y^2 = 9x^2 + 6xy + y^2$

b) $(5 + x)^2 = 5^2 + 2.5.x + x^2 = 25 + 10x + x^2$

2. Simplifique as expressões:

a) $(x + y)^2 - x^2 - y^2 = x^2 + 2xy + y^2 - x^2 - y^2 = 2xy$

b) $(x - y)^2 - (x + y)^2$

Primeiramente:

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

Assim,

$(x - y)^2 - (x + y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 - (x^2 + 2xy + y^2) = x^2 - 2xy + y^2 - x^2 - 2xy - y^2$

$= x^2 - x^2 - 2xy - 2xy + y^2 - y^2 = -2xy - 2xy = -4xy$

3. Efetue as multiplicações:

a) $(x - 2).(x - 5) = x.x + x(-5) + (-2)x + (-2).(-5) = x^2 + ((-2) + (-5))x + (-2).(-5)$

$= x^2 - 7x + 10$

b) $(x + 15).(x - 4) = x.x + x(-4) + 15x + 15(-4) = x^2 + (15 + (-4))x + 15.(-4) = x^2 + 11x - 60$

4.1.1. Exercício de produtos notáveis 8º ano

1. Indique se as sentenças abaixo representam identidade ou não. Faça o cálculo de achar necessário.

   a) $(x + 4) \cdot (x - 4) = x^2 - 4$
   b) $(x + 2)^2 = x^2 + 4$
   c) $(x - 2) \cdot (x + 2) = x^2 - 4$
   d) $(x - 1)^2 = x^2 - 1$

2. Determine os produtos notáveis a seguir.

   a) $(2a + 5)^2 =$
   b) $(a + 2b)^2 =$
   c) $(5a + 3b)^2 =$

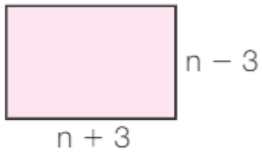
3. Desenvolva as expressões:

   a) $(x - a)^2 =$
   b) $(x - 10)^2 =$
   c) $(3x - 1)^2 =$
   d) $(5a - 3b)^2 =$

4. Desenvolva as expressões:

   a) $(-x + 2)^2 + (-x - 2)^2 =$
   b) $(2x - 1)^2 + (-2x - 1)^2 =$
   c) $2x \cdot (x - 1) - 2x^2 \cdot (x - 1) =$
   d) $(x + 2) \cdot (x - 1)^2 =$

5. A área do retângulo a seguir é 216.



a) Calcule n.

b) Quanto mede o lado maior?

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) Não	a) $4a^2 + 20a + 25$	a) $x^2 - 2ax + a^2$	a) $2x^2 + 8$	a) 15
b) Não	b) $a^2 + 4ab + 4b^2$	b) $x^2 - 20x + 100$	b) $8x^2 + 2$	b) 18
c) Sim	c) $25a^2 + 30ab + 9b^2$	c) $9x^2 - 6x + 1$	c) $-2x^2 + 2x$	
d) Não		d) $25a^2 - 30ab + 9b^2$	d) $x^3 - 3x + 2$	

5

- **5. TRIÂNGULOS**
  - Ponto reta e plano
  - Ângulos complementares Suplementares e Bissetriz
  - Ângulos opostos pelo vértice
  - Ângulos formados por duas retas e uma transversal
  - Classificação de triângulos
  - Ângulos externo do triângulo
  - Congruência de triângulos
  - Triângulo retângulo
  - Pontos notáveis do triângulo
  - Triângulos isósceles
  - Triângulos equiláteros

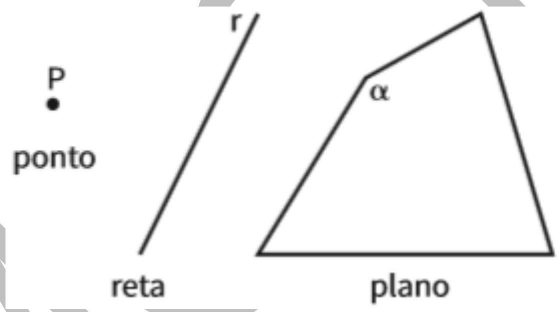
5.1. PONTO RETA E PLANO

Podemos definir essas três estruturas como:

– O **ponto** não possui forma nem dimensão (adimensional).

– As **retas** são conjuntos de pontos que não fazem curvas. Elas são infinitas para as duas direções. Como esses pontos não estão no mesmo lugar, é possível medir a distância entre eles.

– O **plano** é um conjunto de retas alinhadas e, portanto, também é um conjunto de pontos. O objeto formado por esse alinhamento de retas é uma superfície plana que não faz curva e infinita para todas as direções.



Questões resolvidas

1 – A respeito das características do ponto, em Geometria, assinale a alternativa correta:

a) O ponto pode ser definido como a menor unidade geométrica e é usado para definir outras figuras, como retas e planos.

b) O ponto não pode ser definido, mas algumas de suas características podem ser usadas para diferenciá-lo de outras figuras. Por exemplo, o fato de possuir apenas uma dimensão garante que não haja medidas possíveis nos pontos.
c) O ponto pode ser definido como o menor espaço entre duas figuras geométricas.

d) O ponto não pode ser definido e não possui dimensão nem formato, o que garante a precisão de seu uso nas localizações geográficas.

e) O ponto é o único ente geométrico que não pode ser definido.

Resposta:

O ponto é uma noção geométrica primitiva. Sua existência só pode ser garantida por axiomas, portanto, não há definição para os pontos. Além disso, pontos não possuem dimensão nem formato.

Logo, resposta letra D.

2 – Sobre a formação, as características e o uso das retas, assinale a alternativa correta.

a) As retas são noções primitivas da Geometria que não possuem definição, mas que apresentam uma única dimensão. Assim, elas permitem que sejam feitas medidas de comprimento ou largura a partir delas.

b) As retas podem ser definidas como a distância entre dois pontos.

c) As retas podem ser definidas como figuras geométricas que não fazem curva.

d) O número de dimensões que as retas possuem possibilita a construção de qualquer figura geométrica sobre elas, desde que essa figura seja feita com base em lados retos. Por exemplo, é possível construir um quadrado sobre uma reta.

e) Segmentos de reta são conjuntos de pontos que possuem início, mas não possuem fim.

Resposta: As retas são conjuntos de pontos que não fazem curva, não possuem espaços entre os pontos e são infinitas para as duas direções. Ao sofrer um corte, uma reta transforma-se em duas semirretas. Por sua vez, ao sofrer um corte, uma semirreta transforma-se em um segmento de reta e em outra semirreta.

Além disso, as retas possuem uma dimensão, por isso, é possível utilizá-las para uma única medida, como comprimento, largura ou altura. Logo a resposta correta é a letra A.

3 – Assinale a alternativa correta a respeito dos planos em Geometria.

a) Um plano é uma figura formada por retas, mas não por pontos.

b) Existem pelo menos um ponto em um plano e um ponto fora dele.

c) É possível construir um plano com apenas duas retas. Para isso, basta que elas sejam coincidentes.

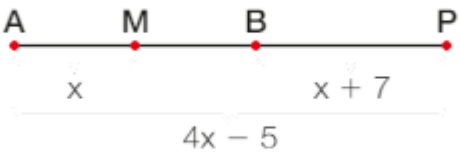
d) Para que uma reta seja perpendicular a um plano, basta que ela seja perpendicular a uma reta que pertença a ele.

e) Para que dois planos sejam secantes, basta que possuam um ponto em comum.

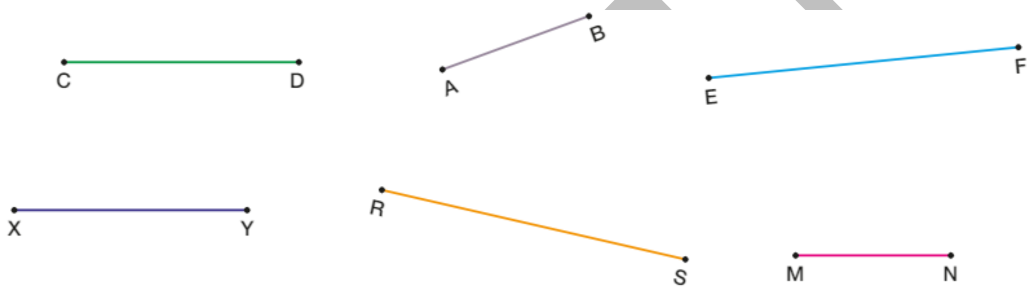
Resposta: Letra B.

5.1.1. Exercício de ponto, reta e plano 8º ano

1. Sendo M o ponto médio de $\overline{AB}$, determine a medida de AB.



2. Considere os segmentos traçados a seguir e indique os pares congruentes:

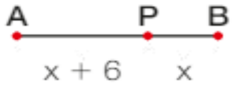


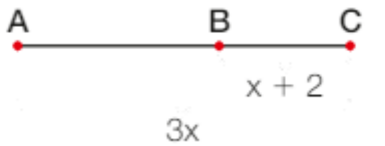
3. Sobre uma reta r, marque os pontos A, B e C, nessa ordem tais que AB = 6 cm e BC = 10 cm. Depois, responda:

   a) Quanto mede o segmento $\overline{AC}$?
   b) Se M é o ponto médio de $\overline{AB}$ e N é o ponto médio de $\overline{BC}$, quanto mede $\overline{MN}$?

4. Se AB = 20 cm, determine x em cada item:

   a) AP = (x + 6) cm
   PB = x cm

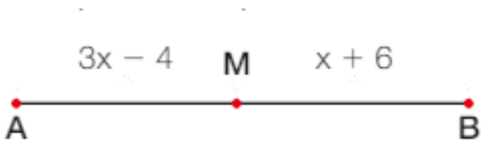




b) AC = 3x cm

BC = (x + 2) cm

5. Determine o valor de x e AB, sabendo que M é o ponto médio de $\overline{AB}$:



GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
AB = 24	$\overline{RS} = \overline{EF}$ $\overline{AB} = \overline{MN}$ $\overline{CD} = \overline{XY}$	a) 16 cm b) 8 cm	a) x = 7 cm b) x = 11 cm	x = 5 AB = 22

6

6. QUADRILÁTEROS

- Quadrilatero
- Quadriláteros notáveis
- Paralelograma
- Retângulos
- Losangos
- Quadrados
- Trapézio
- Base média do triângulo
- Base média do trapézio

6.1. QUADRILATERO

São polígonos que possuem quatro lados. Por serem polígonos, esses lados são segmentos de retas que se encontram em suas extremidades sem que haja cruzamento entre dois ou mais deles. Outra característica dos polígonos é que eles são fechados. Assim, qualquer que seja o segmento de reta escolhido, suas extremidades sempre se encontrarão com as de outro segmento de reta.

Os quadriláteros são divididos em três tipos: paralelogramos, trapézios e outros que não são trapézios nem paralelogramos e, por isso, não possuem lados paralelos.

Paralelogramos

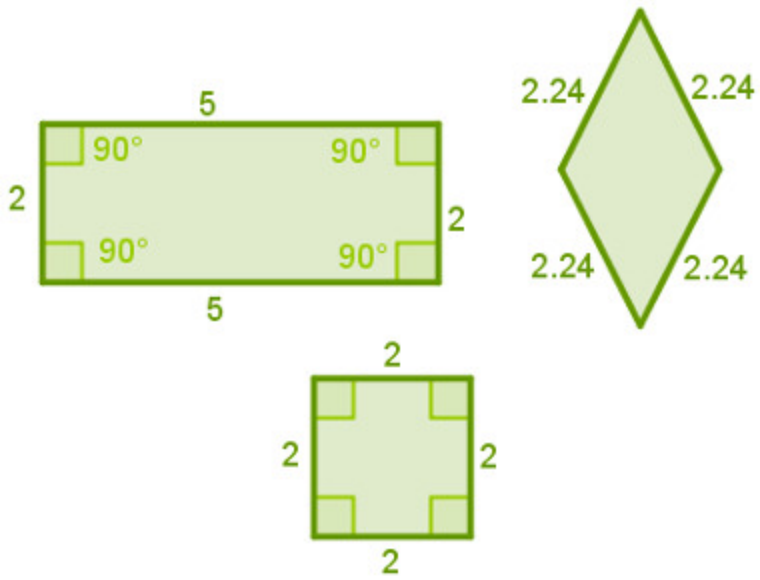
São os quadriláteros que possuem dois pares de lados opostos **paralelos**. Assim, um lado de um paralelogramo sempre é paralelo a outro

Os paralelogramos podem ser divididos em três grupos:

– Losangos: paralelogramos que possuem todos os lados iguais.

– Retângulos: paralelogramos que possuem os quatro ângulos internos iguais a 90°.

– Quadrados: paralelogramos que são retângulos e losangos, ou seja, os quadrados possuem quatro ângulos de 90° e os seus quatro lados são iguais.



Exercícios resolvidos:

1. Sobre as afirmações a seguir, assinale apenas a alternativa correta.

a) Todo quadrilátero é paralelogramo;

b) Todo retângulo é também quadrado;

c) Todo losango é também quadrado;

d) Todo quadrado é também paralelogramo;

e) Nem todo quadrilátero que possui lados opostos congruentes é paralelogramo.

Solução:

a) Falsa!
A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°.

b) Falsa!

Apenas os paralelogramos conhecidos como retângulos possuem diagonais congruentes.

c) Verdadeira!

Essa é justamente a definição de paralelogramo. Ele também costuma ser definido como quadrilátero que possui lados opostos paralelos e, assim, é possível mostrar que seus lados opostos são congruentes por congruência de triângulos. Também existe a possibilidade de defini-lo como quadrilátero que possui lados opostos congruentes e, assim, mostrar que os lados opostos são paralelos. Entretanto, essa última definição não é utilizada com frequência por autores e professores.

d) Falsa!

Quadrados possuem diagonais perpendiculares e congruentes.

e) Falsa!

A definição de quadrado é: paralelogramo que possui todos os lados congruentes e ângulos retos. Portanto, é necessário que a figura tenha ângulos de 90° para ser quadrado.

2 – Ao se colocar V para indicar verdadeiro e F para indicar falso para as afirmações

I. Um quadrilátero que tem as diagonais com comprimentos iguais é um retângulo.

II. Todo losango tem as diagonais com comprimentos iguais.

III. As diagonais de um paralelogramo cortam-se mutuamente ao meio.

A sequência correta, de cima para baixo, é:

a) V V V

b) V F V

c) F V V

d) F F V

e) F F F

Solução:

I – Falsa!
Podem existir trapézios com diagonais de comprimentos iguais.

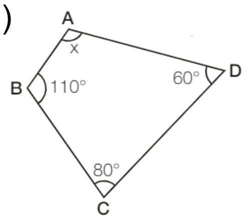
II – Falsa!
Basta olhar para a fórmula da área do losango para perceber que existe uma diagonal menor e uma maior. Ao desenhar um losango, também é possível notar a diferença.

III – Verdadeira!
Todo paralelogramo possui diagonais que se cortam em seus pontos médios.

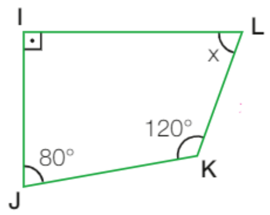
6.1.1. Exercício de quadriláteros 8º ano

1. Calcule o valor de x em cada caso.

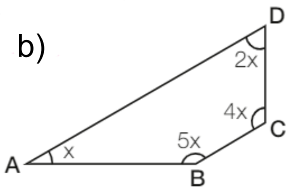
a)



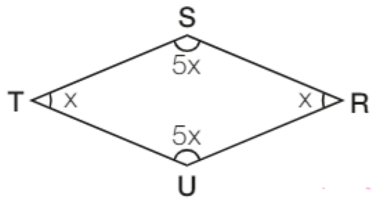
c)



b)

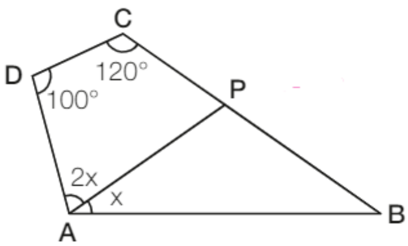


d)

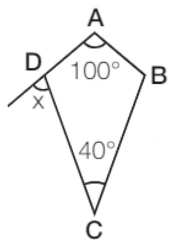


2. Determine o valor de x nos casos abaixo.

a) PA ≡ PB

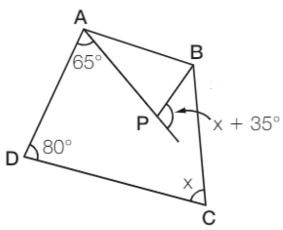


b) AB ≡ AD e CD ≡ CB

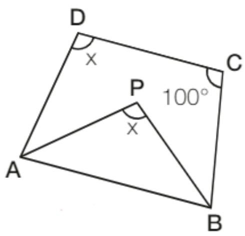


3. Sabendo que P está nas bissetrizes de A e B, determine x:

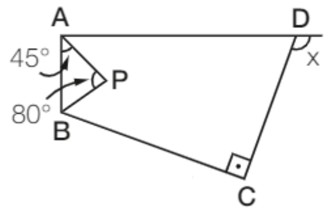
a)



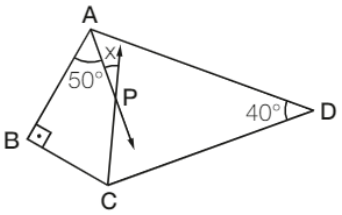
b)



c)

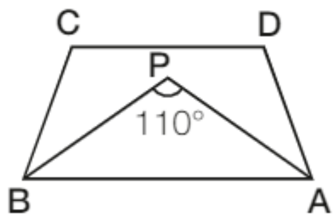


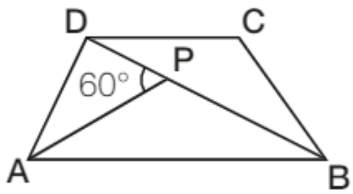
4. Na figura, $\overline{AP}$ e $\overline{CP}$ são bissetrizes de A e C, respectivamente. Determine x:



5. Sabendo que AP e BP estão contidos nas bissetrizes de A e B, respectivamente, determine:

c) $med\ (C) + med(D)$ b) $med\ (D) e\ med(C)$, tal que med(C) = med(D)+10°





GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) x=110° b) x = 30° c) x = 70° d) x = 30°	a) X=35° b) X=70°	a) x = 70° b) x = 100° c) x = 110°	X = 25°	a) 220° b) Med(C) = 125° Med(D) = 115°

7

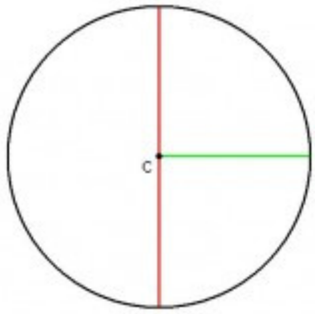
7. CIRCUNFERÊNCIA

- Raio E Diâmetro Da Circunferência
- Posições relativas entre reta e circunferência
- Posições relativas entre duas circunferências
- Circunferência inscrita em triângulo
- Quadriláteros circunscritíveis
- Arcos e ângulos

azup

7.1. RAIO E DIÂMETRO DA CIRCUNFERÊNCIA

Tomemos uma circunferência como exemplo:



O segmento de reta vermelho representa o diâmetro da circunferência e o segmento de reta verde representa o raio da circunferência.

Qualquer segmento de reta que toque uma circunferência em dois pontos e passe pelo seu centro será o seu diâmetro, é o maior segmento de reta possível que se pode traçar dentro de uma circunferência.

Qualquer segmento de reta que seja delimitada pela extremidade de uma circunferência e por um ponto que represente o seu centro, será o raio dessa circunferência.

O valor do diâmetro tem o dobro do valor do raio. Se dividirmos o seu comprimento (perímetro) pelo seu diâmetro, obtemos um número de valor aproximado igual a 3,14159265, que é chamado de π (PI). Essas duas leis são válidas para qualquer figura circular.

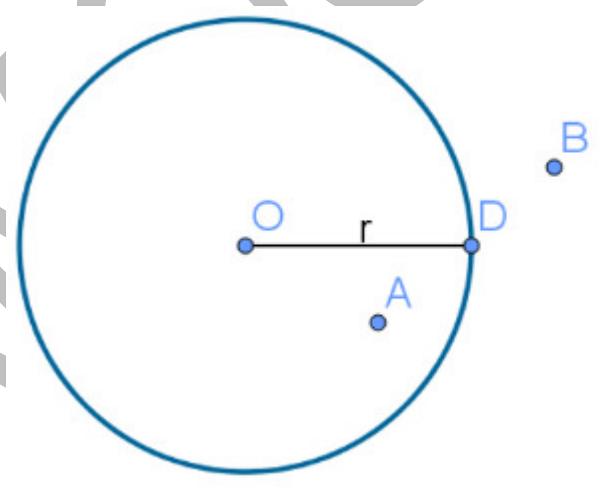
O raio é a distância entre um ponto de uma circunferência e seu centro. O raio do círculo é a distância entre a borda do círculo e seu centro.

Dizemos que um ponto é interior a uma circunferência quando a sua distância até o centro é menor que o raio; o ponto é externo quando a distância entre o centro e ele é maior que o raio; e, por fim, dizemos que um ponto pertence a uma circunferência quando sua distância até o centro é igual ao raio.

O raio da circunferência (e/ou do círculo) é indispensável em cálculos, como comprimento, área etc.

O diâmetro é uma corda da circunferência que contém o centro. Dessa maneira, o diâmetro é a maior corda possível em uma circunferência e sua medida é igual a duas vezes o raio.

O resultado da divisão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro sempre será igual a uma constante, representada pela letra grega π, que é aproximadamente 3,14. Isso independe do tamanho da circunferência, pois seu comprimento e seu diâmetro são proporcionais e a razão de proporcionalidade é igual a π.



O **comprimento da circunferência** é dado pela seguinte fórmula:

$C = 2\pi r$

E a **área do círculo** é obtida pela fórmula a seguir:

$A = \pi r^2$

Exercícios respondido:

1 – Sobre a circunferência, julgue as afirmativas a seguir.

I → O diâmetro é um segmento de reta que liga uma extremidade a outra da circunferência, passando pelo centro.

II → A corda é um segmento de reta que liga um ponto da circunferência ao seu centro.

III → A medida do raio da circunferência é sempre igual à metade da medida do seu diâmetro.

Marque a alternativa correta:

A) Somente a afirmativa I é falsa.

B) Somente a afirmativa II é falsa.

C) Somente a afirmativa III é falsa.

D) Toda as afirmativas são verdadeiras.

Respostas:

I – Verdadeira: a definição de diâmetro está correta.

II – Falsa: o segmento que liga um ponto da circunferência ao centro é o raio, e não a corda.

III – Verdadeira: para encontrar o comprimento do raio, basta dividir o diâmetro por dois.

2 – Em uma fábrica de embalagens, a tampa de determinado produto possui área igual a 78,5 cm². Sabendo que ele possui formato circular e utilizando 3,14 como aproximação para π, o diâmetro dessa tampa é igual a:

A) 5 cm

B) 6 cm

C) 8 cm

D) 9 cm

E) 10 cm

Respostas:

Sabendo que $A = \pi r^2$, calculamos:

$78{,}5 = 3{,}14 \cdot r^2$

$78{,}5 : 3{,}14 = r^2$

$25 = r^2$

$r = \sqrt{25}$

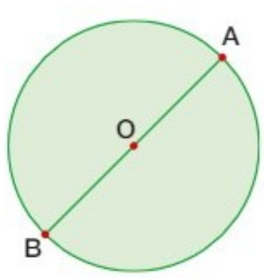
$r = 5$ cm

Como d = 2r = 2.5 = 10 cm

Resposta letra E.

7.1.1. Exercício de circunferência e círculo 8º ano

1. Determine o raio do círculo de centro O, dados: $AB = 3x - 3$, e $AO = x + 3$.



2. O raio de uma circunferência é dado por $r = \left(\frac{3x}{2} - 5\right)$ cm. Se o diâmetro mede 20 cm, determine x.

3. É dada uma circunferência de centro O e raio 25 mm. Verifique se os pontos X, Y e Z são internos, pertencentes ou externos à circunferência.

a) X dista 1,5 cm de O;
b) Y dista 3 cm de O;
c) Z distan 2,5 cm de O.

4. Dos segmentos assinalados na figura, indique os que são:

a) Raios
b) Cordas
c) Diâmetro

5. Observe a figura.

Agora responda:

a) Quanto mede OA?

b) Quanto mede OB?

c) Quanto mede OC?

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
12	$X = 10$	interno externo pertence	a) AO, OB, OC b) CD e AC c) AC	a) 1,5 cm b) 1,5 cm c) 1,5 cm

8

8. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

- Média aritmética e ponderada
- Média moda e mediana
- Princípio fundamental da contagem
- Cálculo De Possibilidades

8.1. MÉDIA ARITMÉTICA E PONDERADA

A Média Aritmética de um conjunto de dados é obtida somando todos os valores e dividindo o valor encontrado pelo número de dados desse conjunto.

Média Aritmética Simples

É usado quando os valores são relativamente uniformes. Isso porque todos os dados possuem a mesma importância (peso).

Fórmula:

$$M_s = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$$

Onde,

Ms: média aritmética simples, x_1, x_2, x_3,…,x_n: valores dos dados, n: número de dados

Exemplo:

As notas de um aluno foram: 8,2; 7,8; 10,0; 9,5; 6,7, qual a média que ele obteve no curso?

$$M_s = \frac{8{,}2 + 7{,}8 + 10{,}0 + 9{,}5 + 6{,}7}{5}$$

$$M_s = \frac{42{,}2}{5}$$

$$M_s = 8{,}4$$

Média Aritmética Ponderada

A média aritmética ponderada é calculada multiplicando cada valor do conjunto de dados pelo seu peso.

Fórmula

$$M_p = \frac{p_1 . x_1 + p_2 . x_2 + \cdots + p_n . x_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}$$

Onde,

M_p: Média aritmética ponderada, p_1, p_2,..., p_n: pesos, x_1, x_2,...,x_n: valores dos dados.

Exemplo:

Considerando as notas e os respectivos pesos de cada uma delas, indique qual a média que o aluno obteve no curso.

Disciplina	Nota	Peso
Biologia	8,2	3
Filosofia	10,0	2
Física	9,5	4
Geografia	7,8	2
História	10,0	2
Língua Portuguesa	9,5	3
Matemática	6,7	4

$$M_p = \frac{3\,.\,8{,}2 + 2\,.\,10{,}0 + 4\,.\,9{,}5 + 2\,.\,7{,}8 + 2\,.\,10 + 3\,.\,9{,}5 + 4\,.\,6{,}7}{3 + 2 + 4 + 2 + 2 + 3 + 4}$$

$$M_p = \frac{24{,}6 + 20 + 38 + 15{,}6 + 20 + 28{,}5 + 26{,}8}{20}$$

$$M_p = \frac{173{,}5}{20}$$

$$M_p = 8{,}7$$

8.1.1. Exercício de média aritmética e ponderada 8º ano

1. Paulo Roberto corre diariamente por um mesmo percurso. Nas três últimas corridas, seus tempos foram:

55 min 40 s
54 min 25 s
55 min 10 s

Qual a média aritméticas desses três tempos?

2. Vamos supor que a cotação atual do dólar esteja apresentada no quadro a seguir.

Dólar	
turismo	R$ 3,00
comercial	R$ 2,70

Comprando-se 2.000 dólares para uma viagem, 60% deles ao câmbio turismo e 40% ao câmbio comercial, quanto se paga em média por dólar comprado?

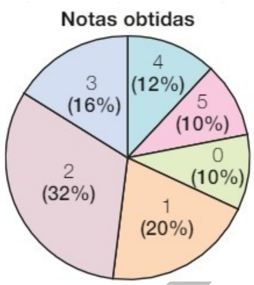
3. Num mercado de frutas trabalham 25 pessoas e a média dos salários delas é R$ 2.800,00. A média dos salários dos 4 funcionários administrativos é R$ 3.751,00 e a dos salários dos 9 caixas é R$ 2.900,00. Qual a média dos salários dos demais funcionários?

4. A professora perguntou o número de irmão de cada aluno da classe e formou a tabela abaixo.

Nº de irmãos	0	1	2	3	5	Total
Nº de alunos	2	11	16	5	1	35

Em média, nessa classe, há quantos irmãos por aluno?

5. O gráfico de setores a seguir representa as notas obtidas em uma questão pelos 250 alunos presentes à prova. Ele mostra, por exemplo, que 32% desses alunos tiveram nota 2 nessa questão, que valia 5 pontos.



a) Quantos alunos tiraram nota 3?

b) Qual foi a nota média nessa questão?

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
55 min 5 s	R$ 2,88	R$ 2.408,00	1,8 irmão	a) 40 b) 2,3