MATEMÁTICA

7º

ANO

MATEMÁTICA
7º ano

1. NÚMEROS INTEIROS
2. NÚMEROS RACIONAIS
3. POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO
4. CÁLCULOS ALGÉBRICOS
5. EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES
6. ÂNGULOS E RETAS
7. ÁREAS E TRANSFORMAÇÕES
8. REGRA DE TRÊS
9. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

1ª edição

MARCELO F BATISTA
Organizador

azup

MATEMÁTICA
7º ANO
AZUP

Marcelo F Batista
Organizador

https://azup.com.br/

Título: *Matemática 7º ano Azup*

Professor: Marcelo Progenio
Diagramador: Carlos Batista
Organizador: Marcelo F Batista

Vale das Palmeiras, 10 - Tororó – Brasília/DF – CEP 71684-370
E-mail: azup@azup.com.br
https://azup.com.br/

https://azup.com.br/

https://azup.com.br/

https://azup.com.br/

SUMÁRIO

1

1. NÚMEROS INTEIROS

- Conjunto dos números inteiros
- Adição e Subtração com números inteiros
- Multiplicação e Divisão com números inteiros

1.1. CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Números Inteiros

Os números inteiros são os números **positivos e negativos**, que não apresentam parte decimal e, o zero. Estes números formam o conjunto dos números inteiros, indicado por $\mathbb{Z}$.

Não pertencem aos números inteiros: as frações, números decimais, os números irracionais e os complexos.

O conjunto dos números inteiros é infinito e pode ser representado da seguinte maneira:

$\mathbb{Z}$ = **{…-6, -5, -4, – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3,4 ,5 ,6 …}**

Os números inteiros negativos são sempre acompanhados pelo sinal (-), enquanto os números inteiros positivos podem vir ou não acompanhados de sinal (+).

O zero é um número neutro, ou seja, não é um número nem positivo e nem negativo.

A relação de inclusão no conjunto dos inteiros envolve o conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$).

Todo número inteiro possui um antecessor e um sucessor. Por exemplo, o antecessor de -2 é -3, já o seu sucessor é o -1.

Representação na Reta Numérica

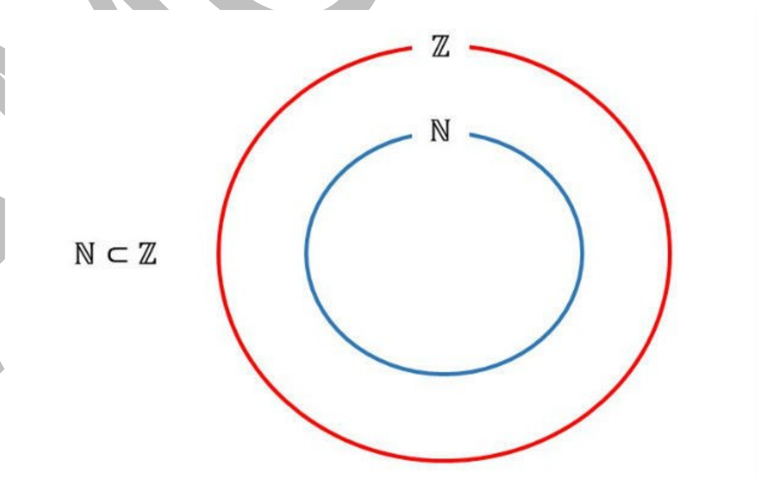
Os números inteiros podem ser representados por pontos na reta numérica. Nesta representação, a distância entre dois números consecutivos é sempre a mesma.

Os números que estão a uma mesma distância do zero, são chamados de opostos ou simétricos.

Por exemplo, o -4 é o simétrico de 4, pois estão a uma mesma distância do zero, conforme assinalado na figura abaixo:

Subconjuntos de $\mathbb{Z}$

O conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$) é um subconjunto de $\mathbb{Z}$, pois está contido no conjunto dos números inteiros. Assim:



Além do conjunto dos números naturais, destacamos os seguintes subconjuntos de $\mathbb{Z}$:

- $\mathbb{Z}^*$: é o subconjunto dos números inteiros, com exceção do zero.

$\mathbb{Z}^* = \{\ldots, -3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

- $\mathbb{Z}_+$: são os números inteiros não-negativos, ou seja

$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

- $\mathbb{Z}_-$: é o subconjunto dos números inteiros não-positivos, ou seja

$\mathbb{Z}_- = \{\ldots, -4,-3,-2,-1, 0\}$

- $\mathbb{Z}^*_+$: é o subconjunto dos números inteiros, com exceção dos negativos e do zero.

$\mathbb{Z}^*_+ = \{1,2,3,4, 5\ldots\}$

- $\mathbb{Z}^*_-$: são os números inteiros, com exceção dos positivos e do zero, ou seja

$\mathbb{Z}^*_- = \{\ldots, -4,-3,-2,-1\}$

Comparação entre números inteiros

Comparar dois números significa dizer se o primeiro é maior do que (>), menor do que (<) o igual ao (=) segundo número.

Exemplo 1: +245 > + 186 ; +96 < +102

Exemplo 2: +53 > 0 ; 0 < +38

Exemplo 3: – 25 < 0 ; 0 > -18

Exemplo 4: +25 > -19 ; -64 < +18.

Exemplo 5: -34 < -19 ; -6 > -12 ; -9 > -15

Exercícios

1) Indique o antecessor e o sucessor dos seguintes números:

a) -34

b) -8

c) 0

2) Determine o oposto (ou simétrico) dos seguintes números:

a) 9

b) -3

c) -145

d) 98

3) Construa uma reta numérica e destaque os números: 2, -3, -1, 4, -4.

4) Observe os números e diga:

-15, +6, -1, 0, +54, +12, -93, -8, +23, -72, +72

a) Quais os números inteiros negativos?

b) Quais são os números inteiros positivos?

c) Qual o número inteiro que não é nem positivo nem negativo?

5) Quais das seguintes sentenças são verdadeiras?

a) +4 = 4 = ( )
b) -6 = 6 = ( )
c) -8 = 8 = ( )
d) 54 = +54 = ( )
e) 93 = -93 = ( )

6) As temperaturas acima de 0°C (zero grau) são representadas por números positivos e as temperaturas abaixo de 0°C, por números negativos. Represente a seguinte situação com números inteiros:

a) 5° acima de zero =
b) 3° abaixo de zero =
c) 9°C abaixo de zero=
d) 15° acima de zero =

7) Determine:

a) O oposto de +5 =

b) O oposto de -9 =

c) O oposto de +6 =

d) O oposto de -6 =

e) O oposto de +18 =

f) O oposto de -15 =

g) O oposto de +234=

h) O oposto de -1000 =

8) Coloque os números em ordem crescente.

a) -9, -3, -7, +1, 0

b) -2, -6, -5, -3, -8

c) 5, -3, 1, 0, -1, 20

d) 25, -3, -18, +15, +8, -9

e) +60, -21, -34, -105, -90

f) -400, +620, -840, +1000, -100

9) Coloque os números em ordem decrescente:

a) +3, -1, -6, +5, 0

b) -4, 0, +4, +6, -2

c) -5, 1, -3, 4, 8

d) +10, +6, -3, -4, -9, +1

e) -18, +83, 0, -172, -64

f) -286, -740, +827, 0, +904

1.1.1. Exercício de números inteiros

1. Verifique se estes números são opostos:

a) +15 e -15
b) -14 e +14
c) +9 e -9
d) -4 e +2

2. Qual é o número:

a) simétrico de +10?
b) oposto de 0?
c) oposto de -6?
d) simétrico de -15?

Leia este texto antes de resolver o exercício 12

O sinal de menos colocado antes de um número indica o seu oposto. Assim:

•- 11 é o oposto de 11;
•-(+9) é oposto de +9; portanto: –(+9) = -9;
•-(-6) é oposto de -6; portanto: -(-6) = +6 = 6;
•o oposto de zero é o próprio zero: - 0 = 0

3. Descubra qual é o número:

a)–(-1)
b)–(-4)
c)–(+8)
d)–(+3)
e) o oposto do oposto de 5

4. Em cada item, compare os números e substitua pelo sinal < (menor) ou > (maior):

a) +20 ... +30
b) -20 ... -30
c) +20 ... -30
d) -20 ... +30

5. Qual é o valor absoluto do número representado por A? E por B?

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) Sim	a) -10	a) 1	a) <	
b) Sim	b) 0	b) 4	b) >	899
c) Sim	c) 6	c) -8	c) >	911
d) Não	d) 15	d) -3	d) <	

2

2. NÚMEROS RACIONAIS

- Conjunto dos números racionais
- Adição e Subtração com números racionais
- Multiplicação e Divisão com números racionais

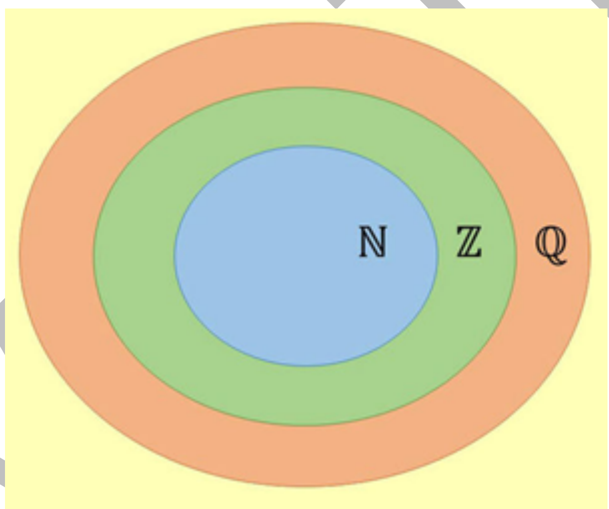
2.1. CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Números Racionais

Nessa aula vamos aprender sobre os **números racionais.** São os números que podem ser escritos na forma de fração. Esses números podem também ter representação decimal finita ou decimal infinita e periódica.

Observe que o conjunto dos números racionais, representado por , contém o conjunto dos números inteiros, que por sua vez contém o conjunto dos números naturais, ou seja,

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$



Exemplos de Números Racionais

Números Inteiros

Todo número inteiro pode ser escrito como uma divisão de outros dois números inteiros.

$$2 = \frac{2}{1} \qquad 5 = \frac{5}{1} \qquad -7 = -\frac{7}{1}$$

Números decimais finitos

Todo número decimal com um número finito de casas depois da vírgula, pode ser escrito como uma divisão entre dois números inteiros.

$$0{,}2 = \frac{2}{10} \qquad 0{,}06 = \frac{6}{100} \qquad 2{,}173 = \frac{2173}{1000}$$

Números Periódicos (Dízimas periódicas)

Todo número decimal com um número infinito de casas depois da vírgula, que se repetem periodicamente, pode ser escrito como uma divisão entre dois números inteiros.

$$0{,}333\ldots = \frac{3}{9} \qquad 0{,}24141\ldots = \frac{239}{990} \qquad 2{,}77\ldots = \frac{25}{9}$$

Subconjuntos do conjunto

- **Racionais não-nulos.** Esse subconjunto é formado pelos números racionais sem o zero (0)

$\mathbb{Q}^* = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \neq 0\}$

- Um número x que pertença aos Racionais, tal que x seja diferente de zero.
- **Racionais não-negativos.** Subconjunto composto pelos números racionais positivos e o zero.

$\mathbb{Q}_+ = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \geq 0\}$

Um número x que pertença aos Racionais, tal que x seja maior ou igual a zero.

- **Racionais não-positivos.** Números racionais negativos e o zero formam esse subconjunto.

$$\mathbb{Q}_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq 0\}$$

Um número x que pertença aos Racionais, tal que x seja menor ou igual a zero.

- **Racionais positivos.** Esse subconjunto é composto pelos números racionais positivos.

$$\mathbb{Q}^*_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$$

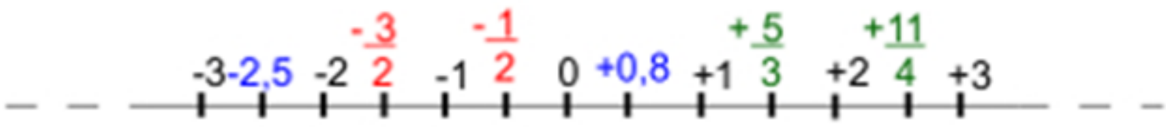
Um número x que pertença aos Racionais, tal que x seja maior que zero.

- **Racionais negativos.** Subconjunto formado pelos números racionais negativos.

$$\mathbb{Q}^*_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$$

Um número x que pertença aos Racionais, tal que x seja menor que zero.

Representação na Reta Numérica



Comparação de números Racionais

Para **comparar os números racionais,** podemos utilizar os sinais de maior (>) e menor (<) ou considerar o sucessor e o antecessor de um número.

- – 2 é antecessor de -1;

- $-\frac{1}{2}$ é menor que + 0,8 → $-\frac{1}{2} < +0,8$;

- + 3 é sucessor de +2;

- 0 é maior que – 2,5 → 0 > – 2,5.

Acompanhe a seguir alguns exemplos de comparação de números racionais.

Exemplo 1:

Determine o maior número entre – 2,5 e + 0,8.

Exemplo 2: Qual número racional é maior -3/2 ou –1/2 ?

Exemplo 3: Determine o maior número entre: 5/3 e 11/4.
(dica MMC)

Exercícios

1) Selecione quais das seguintes afirmativas são verdadeiras:

A) (-15) : (-6) = 5/2

B) 3/10 é um número racional.

C) (-15) : (+3) = 5

D) 0,343434… é um número racional.

E) 702 é um número racional

F) (+12) : (-18) = 3/2

2) Organize os seguintes números em ordem crescente (do menor para o maior):

-7/2, -5/3, 7/2, 0, 7/3, 7/4, -5,2

3) Qual é o quociente? Dê o resultado em forma de fração, simplificando-a quando for possível.

A) (+22) : (+6)

B) (-8) : (-4)

C) (+27) : (-21)

D) (-32) : (+20)

4) Selecione a forma irredutível de cada um dos seguintes números racionais:

A) -0,6

B) -0,125

C) -2, 625

D) -1,5

5) Assinale Verdadeiro (V) ou Falso (F):

a) 0,212121… é um número racional

b) 5/3 não é um número racional

c) -1 é um número racional

d) O oposto de 13/5 é -13/5

e) 1,41421356… é um número racional

2.1.1. Exercício de números racionais

1. Qual é o quociente? De o resultado em forma de fração, simplificando-a quando for possível.
   a) (+22) : (+6)
   b) (-8) : (-4)
   c) (+27) : (-21)
   d) (-32) : (+20)

2. Classifique como verdadeira ou falsa cada uma das seguintes sentenças:
   a) (-15) : (-6) = $\frac{5}{2}$
   b) $\frac{3}{10}$ é um número racional.
   c) (-15) : (+3) = 5
   d) 0,34 (=0,343434...) é um número racional
   e) 702 é um número racional
   f) (+12) : (-18) = $\frac{3}{2}$

3. Coloque na forma de fração irredutível cada um dos seguintes números racionais:
   a) -0,6
   b) -0,125
   c) -2,625
   d) -1,5

4. Coloque em ordem crescente (do menor para o maior) estes números racionais:
   $\frac{7}{2}$ $\frac{7}{3}$ $-\frac{5}{3}$ $-\frac{5}{2}$ 0 $\frac{7}{4}$ $-\frac{7}{2}$

5. Qual dos sinais (<, > ou =) devemos colocar no espaço em branco?
   a) $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$
   e) $-\frac{1}{10}$ $-\frac{7}{10}$

b) $\frac{3}{5}$ $\quad\frac{7}{5}$

c) $+\frac{9}{7}$ $\quad\frac{5}{7}$

d) $\frac{2}{5}$ $\quad-\frac{4}{3}$

f) $-\frac{1}{3}$ $\quad 0$

g) $-\frac{1}{3}$ $\quad-\frac{3}{9}$

h) $\frac{7}{4}$ $\quad\frac{7}{3}$

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	
a) $\frac{11}{3}$	a) V	a) $-\frac{3}{5}$	$-\frac{7}{2}$ $\;-\frac{5}{2}$ $\;-\frac{5}{3}$ $\;0$ $\;\frac{7}{4}$ $\;\frac{7}{3}$ $\;\frac{7}{2}$	a) =	e) >
b) $\frac{2}{1}$	b) V	b) $-\frac{1}{8}$		b) <	f) <
c) $-\frac{9}{7}$	c) F	c) $-\frac{21}{8}$		c) >	g) =
d) $-\frac{8}{5}$	d) V	d) $-\frac{3}{2}$		d) >	h) <
	e) V				
	f) F				

3

3. POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

- Potenciação com números inteiros
- Raiz quadrada

3.1. POTENCIAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Quando vimos operações com números naturais , estudamos potenciação . Aprendemos que a potência de um número que tem expoente maior que 1 é um produto de fatores iguais. Como exemplo, vamos calcular (+4)3:

Vimos que:

→ o fator (+4) é a base;
→ o número 3 é o expoente;
→ O resultado dessa operação é denominado de potência.

Então a potência de (+4)3 é: +8.

Para obtermos a potenciação de números inteiros, basta aplicar as regras dos sinais que iremos estudar a seguir:

Caso 01: Quando a base é um número positivo

Quando a base for um número positivo, a potência é um número positivo.

Veja alguns exemplos:

a) $(+5)^2 = (+5) \times (+5) = +25$

b) $(+7)^3 = (+7) \times (+7) \times (+7) = +343$

c) $(+3)^4 = (+3) \times (+3) \times (+3) \times (+3) = +81$

d) $(+2)^5 = (+2) \times (+2) \times (+2) \times (+2) \times (+2) = +32$

Caso 02: Quando a base é um número negativo

Quando a base for um número negativo, a potência é:

→ POSITIVO, se o expoente for um número par.
→ NEGATIVO, se o expoente for um número ímpar.

Veja alguns exemplos:

a) $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4$

b) $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

c) $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$

d) $(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

Potência de expoente 1 e potência de expoente 0

→ Toda potência de expoente 1 é igual à própria base.
→ Toda potência de expoente 0 e a base diferente de 0 é igual a 1.

Exemplos:

a) $(-12)^0 = 1$

b) $(+8)^1 = 8$

c) $(-10)^1 = -10$

d) $(+134)^0 = 1$

Propriedades da potenciação

Todas as propriedades da potenciação que foram estudadas nos conjuntos dos números naturais também são aplicadas nos conjuntos dos números inteiros.

1ª propriedade: produto de potências de mesma base

Para reduzir um produto de potências de mesma base a uma só potência, basta conservar a base e somar os expoentes.

$\mathbf{a^m \times a^n = a^{m+n}}$

Exemplos:

a) $(+4)^2 \times (+4)^3 = (+4)^{2+3} = (+4)^5$

b) $(-10)^3 \times (-10)^4 \times (-10)^2 = (-10)^{3+4+2} = (-10)^9$

2ª propriedade: quociente de potências de mesma base

Para reduzir um quociente de potências de mesma base a uma só potência, conservamos a base e subtraímos os expoentes.

$\mathbf{a^m \div a^n = a^{m-n}}$

$(a \neq 0)$

Exemplos:

a) $(+4)^5 \div (+4)^3 = (+4)^{5-3} = (+4)^2$

b) $(-10)^9 \div (-10)^2 \div (-10)^3 = (-10^{)9-2-3} = (-10)^4$

3ª propriedade: potência de potência

Para reduzir uma potência de potência a uma potência de um só expoente, conservamos a base e multiplicamos os expoentes.

$(a^m)^n = a^{m \times n}$

Exemplos:

a) $[(+5)^2]^3 = (+5)^{2 \times 3} = (+5)^6$

b) $(-10)^4]^5 = (-10)^{4 \times 5} = (-10)^{20}$

4ª propriedade: potência de um produto (propriedade distributiva da potência)

Para elevar um produto a um expoente, elevamos cada fator a esse expoente.

$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

Exemplos:

a) $[(-2) \cdot (+5)]^3 = (-2)^3 \cdot (+5)^3$

b) $[(+3) \cdot (+4)]^2 = (+3)^2 \cdot (+4)^2$

Potenciação de números racionais

Agora falaremos sobre potência de frações e números decimais

Potenciação de frações

Para elevar uma fração a um expoente, elevam-se o numerador e o denominador da fração desse expoente.

Exemplo

a) $(5/7)^2 = 5^2/ 7^2 = 25/49$

b) $(2/3)^3 = 2^3/ 3^3 = 8/27$

Potenciação de números decimais

Para elevar um número decimal a um expoente, basta fazer um produto de fatores iguais obedecendo o número do expoente.

$(3{,}5)^2 = 3{,}5 \cdot 3{,}5 = 12{,}25$

$(0{,}64)^1 = 0{,}64$

$(0{,}4)^3 = 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}064$

$(0{,}18)^0 = 1$

Exercícios

1) Calcule o valor das expressões:

a) $2^4 - 2^2 - 2^0 =$

b) $(-3)^2 + 1 - .65^0 =$

c) $(3{,}5)^2 + 7^2 - 2^3 + (1/2)^2 =$

d) $10 - 7^2 - 1 + 2^3 + (0{,}12)^2 =$

e) $(9/4)^0 + (1{,}25)^2 - (-3)^2 =$

f) $(-1/2)^5 - (3{,}01)^3 + 345{,}978^0 =$

2) Reduza a uma só potência:

a) $(-5)^3 \, . \, (-5) \, . \, (-5)^2 =$

b) $(+3) \, . \, (+3) \, . \, (+3)^7 =$

c) $(-0{,}23)^2 \, . \, (-0{,}23) \, . \, (-0{,}23)^2 =$

d) $(7/5)^3 \, . \, (7/5) \, . \, (7/5)^4 =$

e) $x^5 \, .x^3 \, . \, x =$

f) $m^7 \, . \, m^0 \, . \, m^5 =$

3) Reduza a um a só potência:

a) $a^7 : a^3 =$ b) $c^8 : c^2 =$ c) $m^3 : m =$

d) $(-3)^7 : (-3) =$ e) $(-9)^4 : (-9) =$ f) $(-4/2)^2 : (-4/2)^2 =$

4) Aplique a propriedade de potência de potência.

a) $[(-4)^2]^3 =$ b) $[(+5)^3]^4 =$ c) $[(-3)^3]^2 =$

d) $[(-7)^3]^3 =$ e) $[(+2)^4]^5 =$

5) Calcule o valor de:

a) $[(+3)^3]^2 =$ b) $[(+5)^1]^5 =$ c) $[(-1)^6]^2 =$

6) Aplique a propriedade de potência de um produto:

a) $[(-2) . (+3)]^5 =$ b) $[(+5) . (-7)]^3 =$ c) $[(-7) . (+4)]^2 =$ d) $[(+3) . (+5)]^2 =$

3.1.1. Exercício de potenciação

1. Calcule as expressões:

a) $7 + 32 - 2 \bullet 4^2$

b) $-5^2 + 2 \bullet 5^1 - 3 \bullet (-5)^0$

c) $2^5 - 2^4 - 2^3 - 2^2 - 2^1 - 2^0$

d) $(-1)^3 + (-1)^2 + 3(-1)^1 - 5(-1)^0$

e) $-3 + 4^2 : (-8) + 16 : (+2)^2$

f) $22 \bullet (-3)^1 + (-5)^2 \bullet 7^0$

2. Calcule as expressões:

a) $\left[\frac{2}{3} + 3 \cdot \left(-\frac{2}{9}\right)\right]^2$

b) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}\right]^3 : \left(-\frac{7}{2}\right)$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 : \left(\frac{1}{3}\right)^{11}$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2$

3. Transforme o decimal em fração e calcule:

a) $(0,5)^{-6}$

b) $(-0,25)^{-3}$

c) $(-0,1)^{-1}$

d) $(-1,5)^{-2}$

4. Calcule o valor de cada potência:

a) $(0,2)^{-1}$

b) $(-0,25)^{-2}$

c) $(-0,1)^{-1}$

d) $(-1,5)^{-3}$

5. Descubra, com auxilio das propriedades das potencias, qual é o numero certo para colocar no espaço em branco.

a) $\left[\left(-\frac{4}{3}\right)^{-2}\right]^{-3} = \left(-\frac{4}{3}\right)$

b) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right) =$

c) $\left(\frac{7}{11}\right)^{10} : \left(\frac{7}{11}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{11}\right)$

d) $(2^5)^2 : (2^{-5})^{-2} = 2$

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) -16 b) -18 c) 1 d) -8 e) -1 f) 13	a) 0 b) $-\frac{1}{28}$ c) $\frac{1}{9}$ d) $\frac{20}{9}$	a) 64 b) -64 c) -10 d) $\frac{4}{9}$	a) 5 b) $\frac{100}{9}$ c) $-\frac{5}{2}$ d) -64	a) 6 b) 11 c) 12 d)0

4

4. CÁLCULOS ALGÉBRICOS

- Expressões algébricas
- Monômios e polinômios

4.1. EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Expressões algébricas são expressões matemáticas que apresentam números, letras e operações.

As expressões desse tipo são usadas com frequência em fórmulas e equações.

As letras que aparecem em uma expressão algébrica são chamadas de variáveis e representam um valor desconhecido.

Os números escritos na frente das letras são chamados de coeficientes e deverão ser multiplicados pelos valores atribuídos as letras.

Exemplos

a) x + 5

b) b2 – 4ac

c) $\frac{3}{5}\,\mathrm{m} + \frac{1}{6}\,\mathrm{mn}^2 + \frac{1}{2}\mathrm{n}$

Cálculo de uma Expressão Algébrica

O valor de uma expressão algébrica depende do valor que será atribuído às letras.

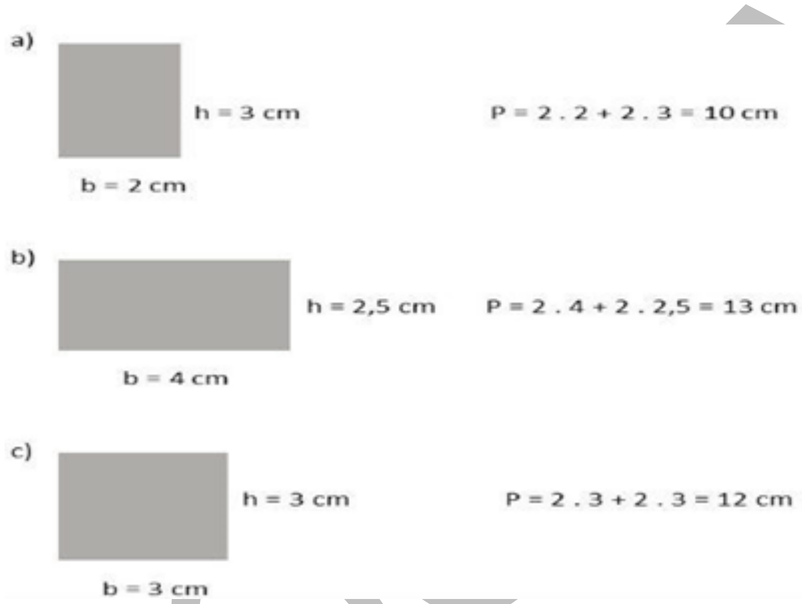
Para calcular o valor de uma expressão algébrica devemos substituir os valores das letras e efetuar as operações indicadas. Lembrando que entre o coeficiente e a letras, a operação é de multiplicação.

Exemplo

O perímetro de um retângulo é calculado usando a fórmula:

P = 2b + 2h

Substituindo as letras com os valores indicados, encontre o perímetro dos seguintes retângulos



Simplificação de Expressões Algébricas

Podemos escrever as expressões algébricas de forma mais simples somando seus termos semelhantes (mesma parte literal).

Para simplificar iremos somar ou subtrair os coeficientes dos termos semelhantes e repetir a parte literal.

Exemplos

a) 3xy + 7xy4 – 6x3y + 2xy – 10xy4 = (3xy + 2xy) + (7xy4 – 10xy4) – 6x3y = 5xy – 3xy4 – 6x3y

b) ab – 3cd + 2ab – ab + 3cd + 5ab = (ab + 2ab – ab + 5ab) + (- 3cd + 3cd) = 7ab

Exercícios

1) Calcule o valor numérico da expressão 2 – 4x, quando:

a) x = 2

b) x = 1

c) x = 0

d) x = – 1

e) x = – 2

f) x = 10

2) Calcule o valor numérico da expressão 3k + 5, quando:

a) k = 10

b) k = 30

c) k = – 15

3) Calcule o valor numérico das seguintes expressões:

a) x – y, quando x = 5 e y = – 4

b) 3x – a, quando x = 2 e a = 6

c) 2x + m, quando x = -1 e m = – 3

d) 8x + 2b, quando x = 3 e b = – 5

e) 7a – 3c, quando a = – 6 e c = – 5

f) $m^2 + n^2$ quando m = – 1 e n = 5

g) 3a + 2b – c, quando a = 5, b = 3 e c = 1

h) m – 2a, quando m = 3 e a = – 5

i) 2z + 2w + 2k, quando z = 5, w = 6 e k = 7

j) 9x + 12y – 3a, quando x = 2, y = 3 e a = 4.

4) Calcule o valor numérico da expressão 5x – 4y, quando:

a) x = 5 e y = -5

b) x = 3 e y = – 6

c) x = 20 e y = -8

d) x = – 2 e y = – 6

e) x = – 1 e y = 3

4.1.1. Exercício de expressões algébricas

1. Calcule os valores numéricos da expressão 3 ● x + 1, sendo **x** o número indicado em cada item

    a) 0
    b) -1
    c) 2
    d) -3
    e) 7

2. Calcule os valores numéricos da expressão $\frac{x+2}{5}$, para **x** igual ao número de cada item.

    a) 3
    b) 4
    c) 0
    d) -2

3. Qual é o valor numérico da expressão x ● y + $\frac{x}{y}$, quando x = 12 e y = 6?

4. Calcule o valor da expressão em cada item:

    a) $\frac{3(90°-x)}{8}$, para x = 50°
    b) $180° - \frac{4x}{5}$, para x = 120°

5. Qual é a sucessão de números naturais que são representados pela expressão:

    a) 2n + 1?
    b) 3n + 1?

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) 1 b) -2 c) 7 d) -8 e) 22	a) 1 b) $\frac{6}{5}$ c) $\frac{2}{5}$ d) 0	74	a) 15° b) 84°	a)1, 3, 5, 7, 9, ... b) 1, 4, 7, 10, 13, ...

5

5. EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES

- Equação do 1° grau
- Sistemas de equações do 1° grau
- Noções de inequação do 1° grau

5.1. EQUAÇÃO DO 1° GRAU

As **equações de primeiro grau** são sentenças matemáticas que estabelecem relações de igualdade entre termos conhecidos e desconhecidos, representadas sob a forma:

$ax+b = 0$

Donde a e b são números reais, sendo a um valor diferente de zero ($a \neq 0$) e x representa o valor desconhecido.

O valor desconhecido é chamado de **incógnita** que significa “termo a determinar”.

As equações do 1º grau podem apresentar uma ou mais incógnitas.

As incógnitas são expressas por uma letra qualquer, sendo que as mais utilizadas são x, y, z. Nas equações do primeiro grau, o expoente das incógnitas é sempre igual a 1.

As igualdades

$2.x = 4$ $\qquad\qquad$ $9x + 3y = 2$ $\qquad\qquad$ $5 = 20a + b$

são exemplos de equações do 1º grau.

Já as equações 3x2+5x-3 =0, x3+5y= 9 não são deste tipo.

O lado esquerdo de uma igualdade é chamado de 1º membro da equação e o lado direito é chamado de 2º membro.

Como resolver uma equação de primeiro grau?

O objetivo de resolver uma equação de primeiro grau é descobrir o valor desconhecido, ou seja, encontrar o valor da incógnita que torna a igualdade verdadeira.

Para isso, deve-se isolar os elementos desconhecidos em um dos lados do sinal de igual e os valores constantes do outro lado.

Contudo, é importante observar que a mudança de posição desses elementos deve ser feita de forma que a igualdade continue sendo verdadeira.

Quando um termo da equação mudar de lado do sinal de igual, devemos inverter a operação. Assim, se tiver multiplicando, passará dividindo, se tiver somando, passará subtraindo e vice-versa.

Exemplo

Qual o valor da incógnita x que torna a igualdade $8x – 3 = 5$ verdadeira?

Solução

Para resolver a equação, devemos isolar o x. Para isso, vamos primeiro passar o 3 para o outro lado do sinal de igual. Como ele está subtraindo, passará somando. Assim:

$8x = 5 + 3$
$8x = 8$

Agora podemos passar o 8, que está multiplicando o x, para o outro lado dividindo:

$x = 8/8$
$x = 1$

Outra regra básica para o desenvolvimento das equações de primeiro grau determina o seguinte:

Se a parte da variável ou a incógnita da equação for negativa, devemos multiplicar todos os membros da equação por –1. Por exemplo:

$-9x = -90 \cdot (-1)$
$9x = 90$
$x = 10$

Outros exemplos

Exercício 1

Ana nasceu 8 anos depois de sua irmã Natália. Em determinado momento da vida, Natália possuía o triplo da idade de Ana. Calcule a idade das duas nesse momento.

Solução

Para resolver esse tipo de problema, utiliza-se uma incógnita para estabelecer a relação de igualdade.

Assim, denominemos a idade de Ana como o elemento x. Como Natália tem oito anos a mais que Ana, sua idade será igual a x+8.

Por conseguinte, a idade de Ana vezes 3 será igual à idade de Natália: $3x = x + 8$

Estabelecida essas relações, ao passar o x para o outro lado da igualdade, tem-se:

$3x - x = 8$
$2x = 8$
$x = 8/2$

x = 4

Portanto, como x é a idade de Ana, naquele momento ela terá **4 anos**. Enquanto isso, Natália terá **12 anos**, o triplo da idade de Ana (8 anos a mais).

Exercício 2

Resolva as equações abaixo:

a) $x - 3 = 9$

$x = 9 + 3$

$x = 12$

b) $4x - 9 = 1 - 2x$

$4x + 2x = 1 + 9$

$6x = 10$

$x = 10/6$

c) $x + 5 = 20 - 4x$

$x + 4x = 20 - 5$

$5x = 15$

$x = 15/5$

$x = 3$

d) $9x - 4x + 10 = 7x - 30$

$9x - 4x - 7x = - 10 - 30$

$- 2x = - 40$ (-1) multiplica-se todos os termos por -1

$2x = 40$

$x = 40/2$

$x = 20$

Exercícios

1) Resolva as seguintes equações do primeiro grau com uma incógnita.

a) $4x + 2 = 38$

b) $9x = 6x + 12$

c) $5x - 1 = 3x + 11$

d) $2x + 8 = x + 13$

2) Seja a equação do 1º grau $2x + 4 = 2 - 3x$

a) Qual o primeiro membro desta equação?

b) Qual o segundo membro?

c) Qual o valor de x que torna a equação verdadeira?

3) resolva a equação do 1º grau: $4.(x - 2) - 5.(2 - 3x) = 4.(2x - 6)$

4) Dada a equação, $2x/4 - 5/3 = x - 7/2$. Calcule o valor de x.

5) Determine o conjunto solução S da equação do 1º grau

$(4x+2)/3 - (5x - 7)/6 = (3-x)/2$

6) Resolva as equações $5y + 2 = 8y - 4$ e $4x - 2 = 3x + 4$ e determine:

a) o valor numérico de y
b) o valor numérico de x

c) o produto de y por x

d) o quociente de y por x

7) Monte as equações que representam as sentenças a seguir e encontre o valor desconhecido.

6 unidades somadas ao dobro de um número é igual a 82. Qual é esse número?

a) 43

b) 38

c) 24

d) 32

5.1.1. Exercício de equações do 1º grau

1. Resolva as seguintes equações:

a) x + 5 = 0
b) x + 4 = - 3
c) x – 2 = -3
d) 7 = x + 1
e) 0 = x + 7
f) $-\frac{1}{3} = x + 2$

2. Resolva as equações:

a) 2x + 11 = x
b) 3x + 1 = 2x
c) 1 + 2x = 3 – 5x
d) 5x – 1 + 2 – x

3. Determine a raiz de cada equação:

a) 3(x +3) – 1 =2
b) 3(x +2) =2(x – 7)
c) 3(x + 2) – 2(x + 3) + 6 = 0
d) 6x + 3(x+1) – 7 = 2(2x – 1) – 4(1 – x)

4. Resolva as equações:

a) 13(2x – 3) – 5(2 – x) = 5(-3 + 6x)	d) (1 + 3x) – (1 – 2x) + (-11 – 7x) = 5
b) 2(2x + 7) + 3(3x – 5) = 3(4x + 5) -1	e) 2 ● (1 – 5y) + 3(-1 – y) – 4(-7 +2y) = -y
c) 3 – 7(1 – 2x) = 5 – (x + 9)	f) x – 3(4 – x) = 7x – 1 (1 – x)

5. Em cada equação determine o valor de **x**:

a) $\frac{1-x}{2} = \frac{x+1}{2} + x$

b) $\frac{m}{6} + \frac{m}{9} = \frac{1}{15} + \frac{m-\frac{1}{2}}{3}$

c) $\frac{3y+1}{13} - \frac{2-y}{2} = \frac{4y-1}{5} - \frac{2y-5}{3}$

d) $\frac{9x+7}{4} + (1 - 7x) = \frac{2+x}{9}$

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) -5 b) -7 c) -1 d) 6 e) -7 f)- $\frac{7}{3}$	a) -11 b) -1 c) $\frac{2}{7}$ d) $\frac{1}{2}$	a) -2 b) -20 c) -6 d) -2	a) 34 b) 15 c) 0 d) -8 e) $\frac{27}{20}$ f) $-\frac{11}{4}$	a) 0 b) $\frac{9}{5}$ c) 4 d) $\frac{13}{25}$

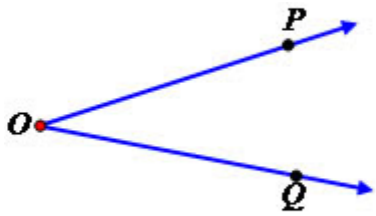
6

6. ÂNGULOS E RETAS

- Ângulos frações do grau
- Soma e subtração de ângulos
- Multiplicação e divisão de ângulos
- Bissetriz e ângulos adjacentes
- Ângulos complementares e suplementares
- Retas concorrentes paralelas e coincidentes
- Ângulos de duas retas com uma transversal

6.1. ÂNGULOS FRAÇÕES DO GRAU 1º

Denominamos por ângulo a abertura formada por duas semirretas que possuem a mesma origem.



A unidade usual de ângulo é o grau (representado por º), por exemplo:

25º: lê-se vinte e cinco graus.
32º: lê-se trinta e dois graus.
120º: lê-se cento e vinte graus.
90º: lê-se noventa graus.

O grau possui dois submúltiplos: o minuto (representado por ’) e o segundo (representado por ”). Observe:

32’: lê-se trinta e dois minutos.
81’: lê-se oitenta e um minutos.
15”: lê-se quinze segundos.
45”: lê-se quarenta e cinco segundos.

Temos que 1º (um grau) corresponde a 60’ (sessenta minutos) e 1’ (um minuto) corresponde a 60” (sessenta segundos). Por exemplo, observe as transformações a seguir:

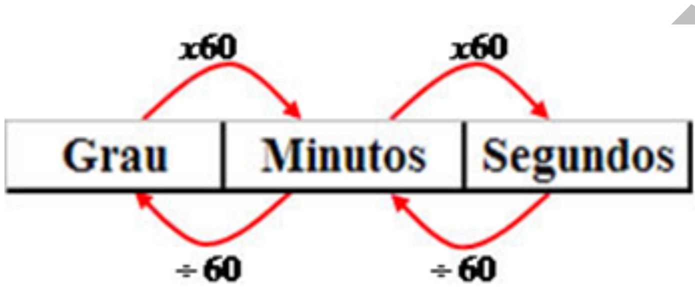
2º em minutos: 2 * 60 = 120’

12’ em segundos: 12 * 60 = 720”

3600’’ em minutos: 3600 : 60 = 60’

90000” em graus: 90000 : 60 = 1500’ e 1500 : 60 = 25º

Tabela de conversões



Vamos agora para alguns outros exemplos de transformações de medidas de ângulos.

Transforme 30º em minutos.

Solução:

Sendo 1º = 60′, temos:

30º = 30 . 60’= 1.800′

Logo, 30º = 1.800 minutos

Transforme 5º35′ em minutos.

Solução:

5º = 5 . 60′ = 300′

300′ + 35’= 335′

Logo, $5^\circ 35' = 335'$.

Transforme 8º em segundos.

Solução:

Sendo $1^\circ = 60'$, temos:

$8^\circ = 8 \cdot 60' = 480'$

Sendo $1' = 60''$, temos:

$480' = 480 \cdot 60'' = 28.800''$

Logo, $8^\circ = 28.800''$.

Transforme 3º35′ em segundos.

Solução:

$3^\circ = 3 \cdot 60' = 180'$

$180' + 35' = 215'$

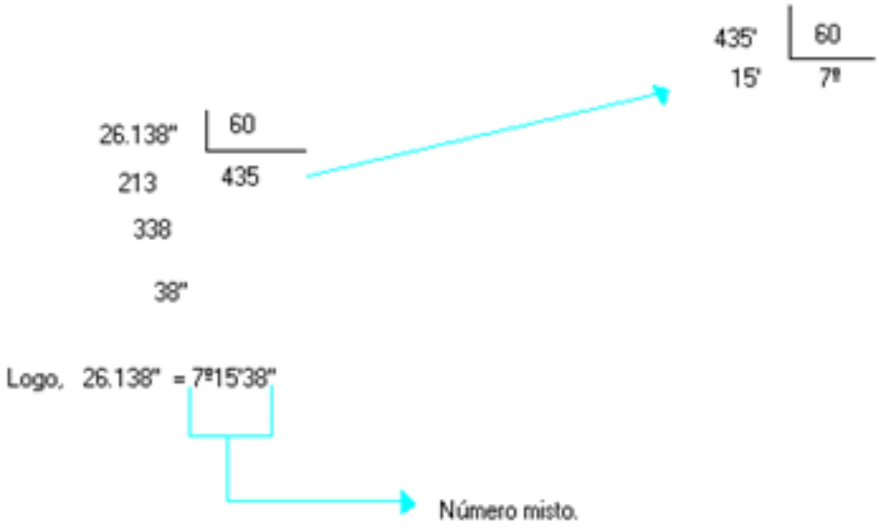
$215' \cdot 60'' = 12.900''$

Logo, $3^\circ 35' = 12.900''$

Transformando uma medida de ângulo em número misto

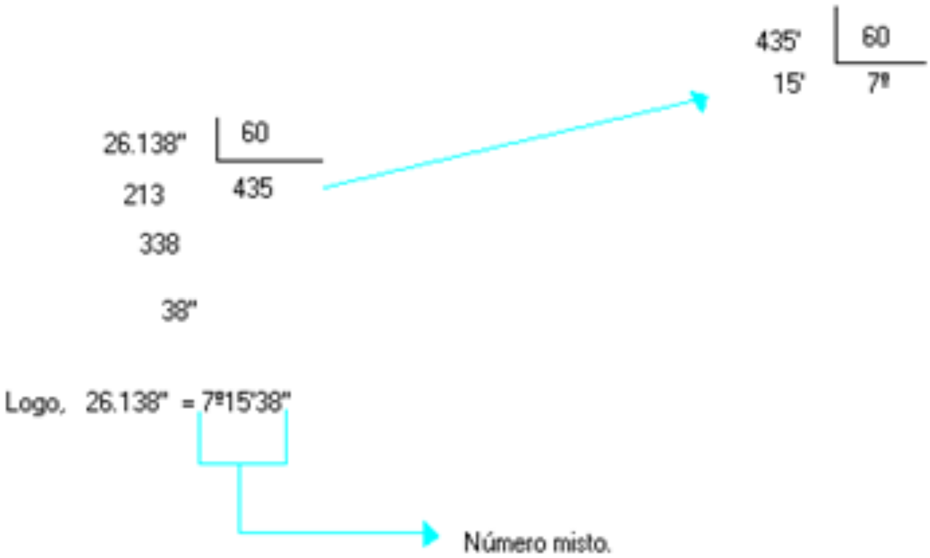
- Transforme 130′ em graus e minutos.

Solução



- Transforme 26.138” em graus, minutos e segundos.

Solução



Exercicios

1) Transforme 10’20” em segundos.

2) Transforme 20° 40′ em minutos.

3) Transforme 90′ em graus.

4) Quantos minutos há em:

A) 1º

B) 10º

C) 15º

D) 3º 12′

5) Quantos segundos há em:

A) 1º

B) 1′

C) 32′

D) 5º

E) 10º 18″

6) Quantos segundos têm:

A) 52º 8′ 32″

B) 48′ 15″

7) Transforme em número misto:

A) 2732″

B) 3598″

6.1.1. Exercício de ângulos frações do grau

1. Quantos minutos há em:

a) 1°?
b) 10°?
c) 15°?
d) 3° 12'?

2. Quantos segundos há em:

a) 1°?
b) 1'?
c) 32'?
d) 5°?
d) 10° 18"?

3. Quantos segundos têm:

a) 52° 8' 32"
b) 48' 15"

4. Transforme em número misto:

a) 2 732"
b) 3 598"

5. Simplifique:

a) 52° 70'
b) 3° 43' 80"
c) 20° 130'

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) 60’ c) 900’ b) 600’ d) 192’	a) 3600” d) 18000” b) 60” e) 36018” c) 1920”	a) 187 712” b) 2895”	a) 45’ 32” b)59’ 58”	a) 52° 70’ b) 3° 44’ 20” c) 22° 130’

7

7. ÁREAS E TRANSFORMAÇÕES

- Simetria rotação e translação
- Área do paralelogramo
- Área do triângulo
- Área do losango e trapézio

7.1. SIMETRIA ROTAÇÃO E TRANSLAÇÃO

O que é Simetria:

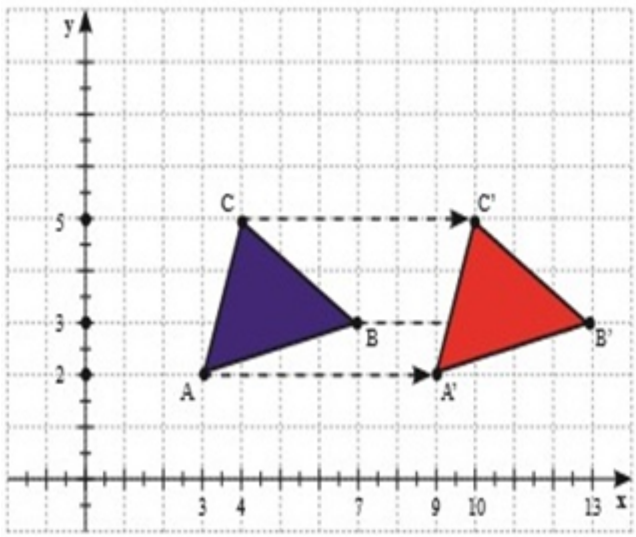
Simetria é a harmonia de forma e tamanho entre as partes de um objeto ou imagem. Ela pode ser definida como tudo **aquilo que pode ser dividido em partes, sendo que as partes são exatamente iguais.** Se traçarmos uma linha reta dividindo ao meio uma figura e as duas partes, quando colocadas uma sobre a outra, forem iguais, podemos dizer que a figura é simétrica.

Foto mostra a simetria do Templo do Céu, localizado em Pequim, na China.

A simetria está presente em toda a parte, seja na natureza, nas artes, na arquitetura ou na matemática.

A simetria matemática, por exemplo, consiste na regra da disposição de duas figuras idênticas que se correspondam ponto a ponto. Nesse contexto, o objeto se move, mas as distâncias, ângulos, tamanhos e formas são preservados por simetrias.

Na geometria, dá-se o nome de **eixo de simetria** à linha, imaginária ou real, que divide a figura ou objeto em partes idênticas (simétricas).



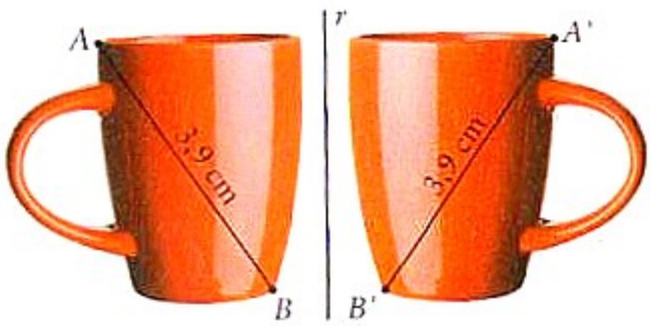
A	(3; 2)		A'	(3+6; 2) = (9; 2)
B	(7; 3)		B'	(7+6; 3) = (13; 3)
C	(4; 5)		C'	(4+6; 5) = (10; 5)

Reflexão

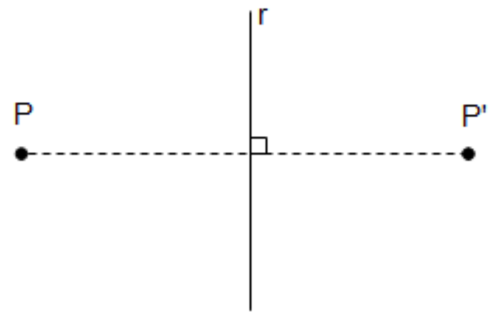
Numa reflexão em relação a uma reta (**eixo de reflexão**) os pontos de uma figura são transformados noutros à mesma distância dessa reta, ficando esta perpendicular ao segmento de reta por eles formado.

Propriedades:

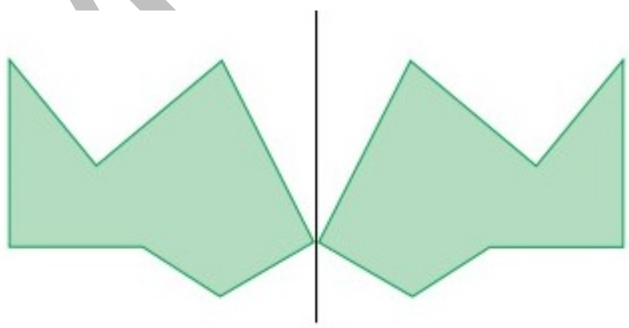
- a figura original e o seu transformado são geometricamente iguais



- um ponto e o seu transformado estão à mesma distância do eixo de reflexão (ficando o segmento de reta que os une perpendicular ao eixo)



Outro exemplo



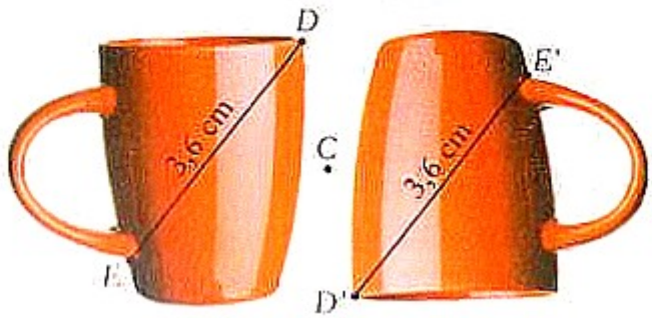
Rotação

Numa rotação todos os pontos de uma figura rodam à volta de um ponto (**centro de rotação**), num determinado **sentido** (positivo ou negativo) e segundo um determinado ângulo (**ângulo de rotação**).

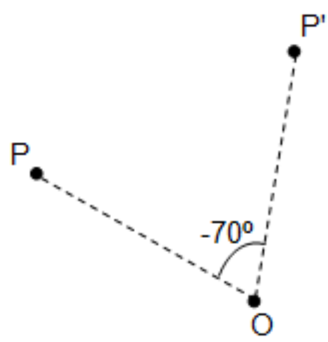
O **sentido positivo** é ao contrário ao sentido do movimento dos ponteiros do relógio, enquanto que o **sentido negativo** é igual ao sentido do movimento dos ponteiros do relógio.

Propriedades:

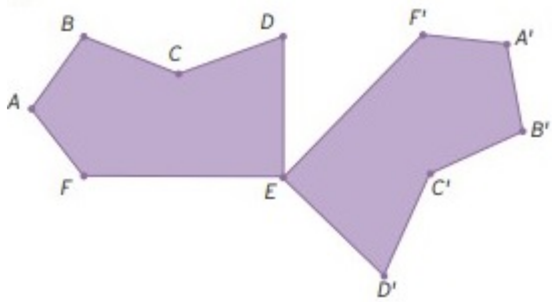
- a figura original e o seu transformado são geometricamente iguais



- um ponto e o seu transformado estão à mesma distância do centro de rotação



Outro exemplo



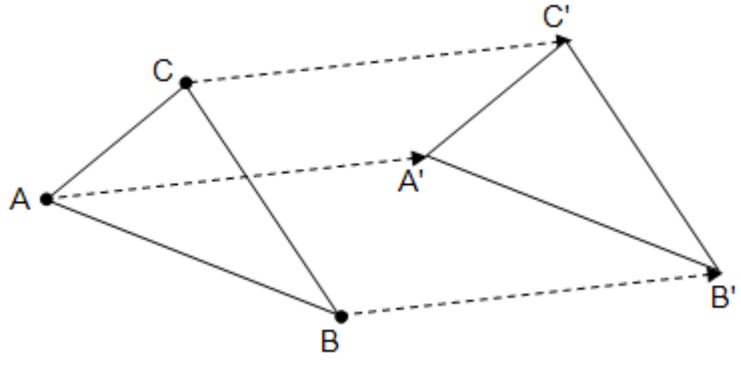
Translação

Numa translação todos os pontos de uma figura sofrem o mesmo deslocamento, segundo um **vetor** com um determinado comprimento, direção e sentido.

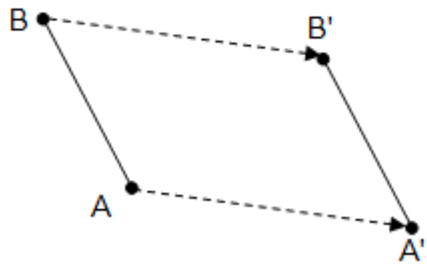
Propriedades:

- a figura original e o seu transformado são geometricamente iguais

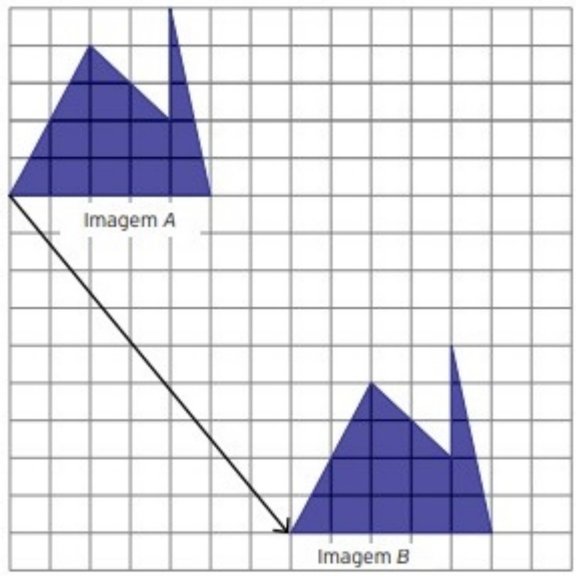
- todos os pontos sofrem o mesmo deslocamento



- um segmento de reta é transformado num segmento de reta paralelo

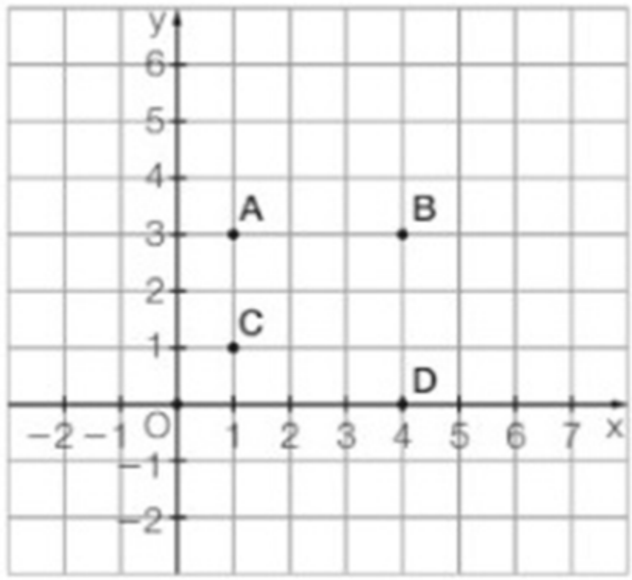


Outro exemplo



Exercícios

1) No sistema de coordenadas abaixo são dados os pontos A, B, C, D e a origem O. Determine as coordenadas do ponto simétrico



A) de A em relação a B

B) de A em relação a C

C) de B em relação a A

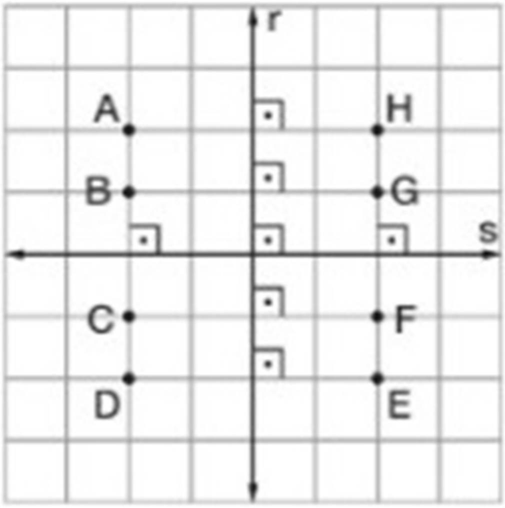
D) de C em relação a A

E) de B em relação a D

F) de D em relação a B

G) de D em relação a O

2) Analise a figura abaixo. Sabendo que todos os quadradinhos têm lados de mesma medida, responde: qual é o ponto simétrico



A) de A em relação a r?

B) de B em relação a s?

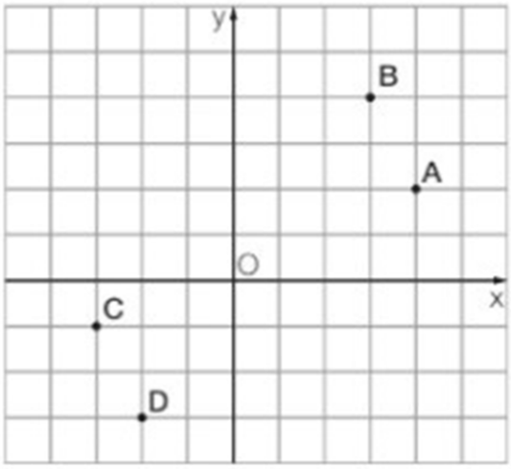
C) de C em relação a r?

D) de D em relação a s?

E) de E em relação a r?

F) de F em relação a s?

3) No sistema abaixo determine as coordenadas:



A) do ponto A e do seu simétrico, A’, em relação ao eixo das abscissas (eixo x). A (,) e A’ (,)

B) do ponto B e do seu simétrico, B’, em relação ao eixo das ordenadas (eixo y). B (,) e B’ (,)

C) do ponto C e do seu simétrico, C’, em relação ao eixo x. C (,) e C’ (,)

D) do ponto D e do seu simétrico, D’, em relação ao eixo y. D (,) e D’ (,)

4) Um seguimento AB tem extremidades A (-2, 3) e B (4,0). Responda:

A) Quais são as coordenadas do segmento A′B′ que se obtêm aplicando ao segmento de reta AB a reflexão em relação ao eixo x?

B) E se for reflexão em relação ao eixo y?

C) E se for reflexão em relação à origem do sistema de coordenadas?

A) A’ (,) e B’ (,)

B) A' (,   ) e B' (,   )

C) A' (,   ) e B' (,   )

5) Desenhe em uma malha quadriculada um sistema de coordenadas com o retângulo de vértices F (3, 2), C (7, 2), A (7, 4) e E (3, 4). Supondo que a medida dos quadrados dessa malha seja 1m, responda:

A) Qual é o perímetro desse retângulo?

B) Desenhe o retângulo F'C'A'E' que se obtém adicionando -5 unidades às abscissas e -3 unidades às ordenadas dos pontos do retângulo FCAE

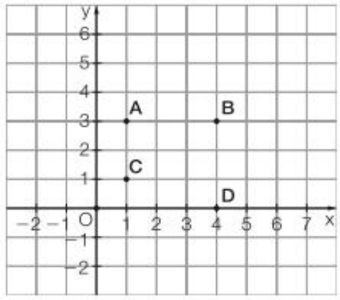
C) Qual é o perímetro do retângulo F'C'A'E' ?

D) Quando aplicamos uma translação a uma figura geométrica, ela muda de forma? E de tamanho?

7.1.1. Exercício de Simetria, Reflexão, Rotação e Translação

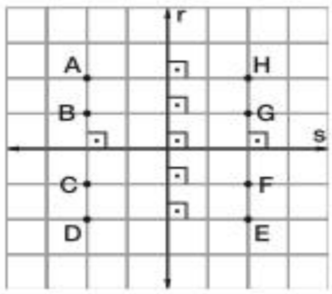
1. No sistema de coordenadas ao lado são dados os pontos **A**, **B**, **C**, **D** e a origem **O**. Determine as coordenadas do ponto simétrico

   a) de **A** em relação a **B**.
   b) de **A** em relação a **C**.
   c) de **B** em relação a **A**.
   d) de **C** em relação a **A**.
   e) de **B** em relação a **B**.
   f) de **D** em relação a **B**.
   g) de **D** em relação a **O**.



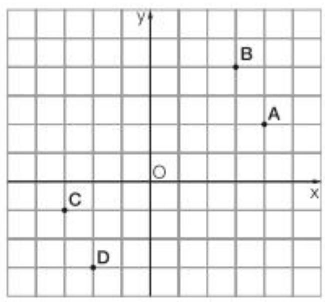
2. Analise a figura ao lado. Sabendo que todos os quadradinhos têm lados de mesma medida, responda qual é o ponto simétrico

   a) de **A** em relação a **r**?
   b) de **B** em relação a **s**?
   c) de **C** em relação a **r**?
   d) de **D** em relação a **s**?
   e) de **E** em relação a **r**?
   f) de **F** em relação a **s**?



3. No sistema ao lado determine as coordenadas:

   a) do ponto **A** e do seu simétrico, **A’**, em relação ao eixo das abscissas (eixo **x**).
   b) do ponto **B** e do seu simétrico, **B’**, em relação ao eixo das ordenadas (eixo **y**).
   c) do ponto **C** e do seu simétrico, **C’**, em relação ao eixo **x**.



d) do ponto **D** e do seu simétrico, **D’**, em relação ao eixo **y**.

4. Um segmento $\overline{AB}$ tem extremidades A (-2,3) e B (4,0)

    a) Quais são as coordenadas a $\overline{AB}$ do seguimento $\overline{A'B'}$ que se obtêm aplicando a $\overline{AB}$ a reflexão em relação ao eixo **x**?
    b) E se for reflexão em relação ao eixo **y**?
    c) E se for reflexão em relação à origem do sistema de coordenadas?

5. Desenhe em uma malha quadriculada um sistema de coordenadas com retângulo de vértices F (3,2), C (7,2), A (7,4) e E (3,4). Supondo que a medida dos quadrados dessa malha seja 1 m, responda:

    a) Qual é o perímetro desse retângulo?
    b) Desenhe o retângulo F’C’A’E’ que se obtém adicionado -5 unidades às abscissas e -3 unidades às ordenadas dos pontos do retângulo FCAE.
    c) Qual é o perímetro do retângulo FCAE.
    d) Quando aplicamos uma translação a uma figura geométrica, ela muda de forma? E de tamanho?

GABARITO

Questão 1		Questão 2		Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) (7,3) b)(1,-1) c) (-2,3) d) (1,5)	e) (4,-3) f) (4,6) g) (-4,0)	a) H b) C c) F	d) A e) D f) G	a) A (4,2) e A’ (4, -2) b) B (3,4) e B’ (-3,4) c) C (-3, -1) e C’ (-3,1) d) (-2,-3) e D’ (2,-3)	a) 12b. A’ (2,3) e B’ (4,0) b) A’ (-2,-3) e B’ (4,0) c) A’ (2,-3) e B’ (-4,0)	a) 12m b) Não; não. Ver manual do professor c) 12 m d) Não. Não

8

8. REGRA DE TRÊS

- Razão e proporção
- Divisão proporcional
- Regra de três simples
- Regra de três composta
- Juros simples

azup

8.1. RAZÃO E PROPORÇÃO

Definição de razão

Seja a e b dois números quaisquer, com b ≠ 0, a sua razão é dada pela **divisão** entre ambos:

$$\frac{a}{9} = x \Rightarrow a = 9x$$
$$\frac{b}{5} = x \Rightarrow b = 5x$$
$$\frac{c}{3} = x \Rightarrow c = 3x$$

Exemplo

Determine as razões entre 2 e 3; 7 e 9; 4 e 18. Para isso, devemos escrever as **frações** (divisões) entre os números em questão **na ordem que foram colocados.**

$$\frac{2}{3}, \ \frac{7}{9}, \ \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

Definição de proporção

Sejam os números a, b, c e d, com b ≠ 0 e d ≠ 0, a razão entre eles, nessa ordem, forma uma proporção, ou seja:

$$\frac{2}{3}, \ \frac{7}{9}, \ \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

Se a igualdade for verdadeira, isto é, se a · d = b · c, então os números a, b, c e d são proporcionais.

Exemplo

Verifique se os números a seguir são proporcionais ou não.

a) 2, 4, 8 e 16

Para que esses números sejam proporcionais, as razões entre eles devem ser iguais, vamos verificar.

$$\frac{2}{4} = \frac{8}{16}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Veja que, após montar as razões, simplificamos as frações e obtemos duas destas, logo, os números são proporcionais. Outra maneira de verificar se eles são proporcionais é realizando a **Multiplicação cruzada**, veja:

$$\frac{2}{4} = \frac{8}{16}$$

$$2 \cdot 16 = 4 \cdot 8$$

$$32 = 32$$

Após a multiplicação cruzada, se a igualdade for verdadeira, os números são proporcionais. Você pode escolher qual método achar melhor para a verificação, no exemplo a seguir, vamos utilizar somente a multiplicação cruzada, veja:

b) 3, 5, 2, 3

Montamos as razões e, em seguida, realizamos a multiplicação cruzada.

$$\frac{3}{5} = \frac{2}{3}$$

$$3 \cdot 3 = 5 \cdot 2$$

$$9 = 10$$

Veja que a igualdade **não** é verdadeira, logo, os números não são proporcionais.

Exercícios

1) Em uma turma de inglês estão matriculados 28 alunos. Desses, 16 são meninas e 12 são meninos. Calcule a razão entre:

a) O número de meninas e o total de alunos.
b) O número de meninos e o total de alunos.
c) O número de meninos e o número de meninas.

2) Encontre o valor de x nas seguintes proporções:

a) $\frac{3}{5} = \frac{30}{x}$

b) $\frac{18}{x} = \frac{6}{15}$

c) $\frac{x}{7} = \frac{15}{35}$

3) Assinale quais das sucessões abaixo são formadas por números diretamente proporcionais aos da sucessão 3, 4, 5, 6, 7?

A) 6, 8, 10, 12, 14

B) 9, 12, 15, 18, 21

C) 7, 6, 5, 4, 3

D) 13, 14, 15, 16, 17

4) Encontro o valor de X em cada proporção abaixo:

A) x / 3 = 5 / 15

B) 1 / x = 2 / 6

C) 0,1 /3=x / 9

D) (1/2) /: (2/7) = (3/4)

5) Determine os valores de a, b e c:

15 / a= b / 12 = 3 /4 = c /8

6) Sabe-se que os números 20, 25, x e 2,5 são proporcionais nessa ordem. Determine o valor de x com base nessas informações.

8.1.1. Exercício de razão e proporção

1. Calcule a razão do número menor para maior e dê a resposta em taxa porcentual:

   a) 28 e 14
   b) $\frac{1}{2}\ e\ \frac{1}{5}$
   c) 3 e 12
   d) 0,3 e 0,6

2. Quais das sucessões abaixo são formadas por números diretamente proporcionais aos da sucessão 3, 4, 5, 6, 7?

   a) 6, 8, 10, 12,14
   b) 9, 12, 15, 18, 21
   c) 7,6, 5, 4, 3
   d) 13, 14, 15, 16, 17

3. Qual é o valor de **x** em cada proporção abaixo?

   a) x : 3 = 5 : 15
   b) 1 : x = 2 : 6
   c) $\frac{0,1}{3} = \frac{x}{9}$
   d) $\frac{1}{2} : \frac{2}{7} = \frac{3}{4} : x$
   e) $\frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{7}} = \frac{\frac{3}{4}}{x}$
   f) $\frac{x-2}{4} = \frac{x-1}{2}$

5. Determine os valores de **a**, **b** e **c**:

$$\frac{15}{a} = \frac{b}{12} = \frac{3}{4} = \frac{c}{8}$$

6. Quais das seguintes sucessões são formadas por números inversamente proporcionais aos da sucessão 1, 3, 5, 10?

a) 60, 20, 12, 6

b) 10, 5, 3, 1

c) 30, 10, 6, 3

d) 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$

e) -1, -3, -5, -10

f) 1^2, 3^2, 5^2, 10^2

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) 50% b) 40% c) 25% d) 20%	A e B	a) 1 d) $\frac{3}{7}$ b) 3 e) $\frac{15}{13}$ c) 0,3 f) 0	A= 20; b = 9; c= 6	-A; c; d

9

9. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

- Média aritmética
- Porcentagem
- Experimento aleatório
- Gráficos

9.1. MÉDIA ARITMÉTICA

A **média aritmética** é considerada uma medida de tendência central e é muito utilizada no cotidiano. Surge do resultado da divisão do somatório dos números dados pela quantidade de números somados.

Fórmula da média aritmética simples

É dada pela **soma de todos os seus elementos dividida pela quantidade deles.** O símbolo de média é o x com um traço em cima, por exemplo, a média entre x_1, x_2, x_3, … x_n é calculada pela fórmula:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$$

n → quantidade de elementos

Como calcular a média aritmética simples

Para calcular a média simples pela fórmula, basta conhecermos os seus elementos e sabermos o valor de n, ou seja, a quantidade deles.

Exemplo1: As temperaturas máximas na cidade de Goiânia foram mensuradas e anotadas durante uma semana do mês de junho conforme a lista seguinte:

Domingo → 28 ºC

Segunda-feira → 30 ºC

Terça-feira → 29 ºC

Quarta-feira → 31 ºC

Quinta-feira → 32 ºC

Sexta-feira → 33 ºC

Sábado → 34 ºC

Vamos determinar a temperatura máxima média dessa semana, para isso sabemos que há 7 dias semanais, então, a média aritmética simples será calculada pela soma das 7 temperaturas divida por 7.

n = 7

$$\overline{x} = \frac{28 + 30 + 29 + 31 + 32 + 33 + 34}{7}$$

$$\overline{x} = \frac{217}{7} = 31^{o}$$

Isso que significa que o valor da temperatura máxima da cidade de Goiânia é, em média, 31 ºC.

Exemplo2: Vamos determinar a **média** dos números 3, 12, 23, 15, 2.

Ma = (3+12+23+15+2) / 5

Ma = 55 / 5

Ma = 11

A **média** dos números é igual a 11.

Exemplo3:

1º) Calcule a **média** anual de Carlos na disciplina de Matemática com base nas seguintes notas bimestrais:

1ºB = 6,0

2ºB = 9,0

3ºB = 7,0

4ºB = 5,0

Ma = (6,0 + 9,0 + 7,0 + 5,0) / 4

Ma = 27/4

Ma = 6,75

A média anual de Carlos foi 6,75.

Exemplo 4: Em uma empresa existem cinco faixas salariais divididas de acordo com a tabela a seguir:

Grupos	Salário
A	R$ 1.500,00
B	R$ 1.200,00
C	R$ 1.000,00
D	R$ 800,00
E	R$ 500,00

Determine a média de salários da empresa.

Ma = (1500 + 1200 + 1000 + 800 + 500) / 5

Ma = 5000 / 5

Ma = 1000

A média salarial da empresa é de R$ 1.000,00.

Exercícios

1) Calcule a média aritmética dos números do cartão abaixo:

54,71,47,63

2) Calcule a média aritmética dos números do cartão abaixo:

22,29,33,15,34

3) Calcule a média aritmética dos números do cartão abaixo:

12,40,27,19,31,21

4) Calcule a média aritmética dos números do cartão abaixo:

7,38,81,62,63,26,65,10.

5) Qual é a média aritmética de:

A) 7 e 11?

B)13,4 e 25,2?

9.1.1. Exercício de média aritmética

1. Qual é a média aritmética de;

   a) 7 e 11?

   b) 13,4 e 25,2?

2. Calcule a média aritmética dos números do cartão:

   54 71
   47 63

3. Calcule a média aritmética dos números do cartão:

   22 15
   29 34
   33

4. Calcule a média aritmética dos números do cartão:

   12 40
   27 19
   31 21

5. Calcule a média aritmética dos números do cartão:

   7 38
   81 62
   63 26
   65 10

GABARITO

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
a) 9 b) 19,3	a) 58,75	a) 26,6	a) 25	a) 44