Potencia de raiz

Dada a seguinte expressão:

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Podemos dizer que: uma raiz n-ésima elevada a um determinado expoente m é igual à raiz n-ésima do radicando elevado ao expoente. Vejamos o exemplo a seguir:

$$(\sqrt[4]{5})^2 = \sqrt[4]{5^2} = \sqrt[4]{25}$$

$$(\sqrt[10]{5})^{10} = \sqrt[10]{5^{10}} = 5$$

$$\left(\sqrt[5]{2}\right)^3 = \sqrt[5]{2}.\sqrt[5]{2}.\sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{2.2.2} = \sqrt[5]{2^3} = \sqrt[5]{8}$$

$$\left(\sqrt[7]{5^3}\right)^2 = \sqrt[7]{5^3}.\sqrt[7]{5^3} = \sqrt[7]{5^3.5^3} = \sqrt[7]{5^6}$$

Quando o radicando já possuir um expoente, a resolução ocorrerá de forma análoga, mas há um detalhe importante: o expoente da potência será multiplicado pelo expoente do radicando, isto é, $(\sqrt[n]{a^p})^m = \sqrt[n]{a^{p\cdot m}}$. Vejamos alguns exemplos de potenciação de radicais em que o radicando é também uma potência:

$$(\sqrt[3]{2^5})^2 = \sqrt[3]{2^5}.\sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{2^5.2^5} = \sqrt[3]{2^{10}} = \sqrt[3]{2^{5\cdot 2}}$$

$$(\sqrt[5]{6^2})^3 = \sqrt[5]{6^2}.\sqrt[5]{6^2}.\sqrt[5]{6^2} = \sqrt[5]{6^2.6^2.6^2} = \sqrt[5]{6^6} = \sqrt[5]{6^{2\cdot 3}}$$

$$(\sqrt[2]{4^3})^4 = \sqrt[2]{4^3}.\sqrt[2]{4^3}.\sqrt[2]{4^3}.\sqrt[2]{4^3} = \sqrt[2]{4^3.4^3.4^3.4^3} = \sqrt[2]{4^{12}} = \sqrt[2]{4^{3\cdot 4}}$$

Quando se tem varios radicais em uma determinada expressão podemos usar a propriedade de potenciação de radicais para realizá-la, sempre encontraremos um radical “dentro” de outro radical, expressão essa que não nos é tão comum. Para simplificar esse cálculo, precisamos reduzi-lo a um único radical. Para isso, basta multiplicar pelos índices envolvidos. Genericamente, temos: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$. Vejamos os exemplos a seguir:

$$\sqrt[2]{\sqrt[2]{625}} = \sqrt[2]{25} = 5 = \sqrt[4]{625} = \sqrt[2\cdot 2]{625}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3]{8} = 2 = \sqrt[6]{64} = \sqrt[3\cdot 2]{64}$$

$$\sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{6561}}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{81}} = \sqrt[2]{9} = 3 = \sqrt[8]{6561} = \sqrt[2\cdot 2\cdot 2]{625}$$

Vamos ver um exemplo da utilização dessas propriedades:

1- A pele que recobre o corpo dos animais tem participação ativa na manutenção da temperatura corporal, na eliminação de substâncias tóxicas geradas pelo próprio metabolismo do corpo e na proteção contra as agressões do meio exterior.

A expressão algébrica seguinte relaciona a massa (m) em kg de um animal com a sua medida (A) de superfície corporal em m2, e k é uma constante real.

$$A = k \cdot \sqrt[3]{m^2}$$

A constante real k varia de animal para animal, segundo a tabela:

Animal	Homem	Macaco	Gato	Boi	Coelho
Constante K	0,11	0,12	0,1	0,09	0,1

Considere um animal com 27 kg de massa e uma área corporal de 1,062 m^2. Segundo a tabela apresentada no enunciado, é mais provável que esse animal seja um:

a) homem.
b) macaco.
c) gato.
d) boi.
e) coelho.

Solução:

Substituindo os dados na fórmula dada no enunciado e escrevendo 27 = 3^3, temos:

$$A = k \cdot \sqrt[3]{m^2}$$

$$1,062 = k \cdot \sqrt[3]{27^2}$$

$$1,062 = k \cdot \sqrt[3]{(3^3)^2}$$

$$1,062 = k \cdot \sqrt[3]{(3^2)^3}$$

$$1,062 = k \cdot 3^2$$

$$1,062 = 9k$$

$$k = \frac{1,062}{9}$$

$$k = 0,118$$

Portanto, é mais provável que o animal em questão seja o macaco.