Noções de conjuntos

Representação de um conjunto

Os conjuntos são representados por letras maiúsculas e os elementos representados entre chaves por letras minúsculas.

Exemplos:

– O conjunto das letras do nosso alfabeto; L= {a, b, c, d,…, z}.

– O conjunto dos dias da semana; S= {segunda, terça,… domingo}

– A representação de conjuntos pode ser feita de três maneiras:

1– Por extensão:

Quando o número de elementos são finitos pequeno suficiente para representá-los explicitamente.

Exemplos:

– Conjunto dos meses do ano; A = {Janeiro, Fevereiro, Março, Abril,…, Novembro, Dezembro}

– Conjunto das vogais; V = {a, e, i, o, u}

– Conjunto dos números pares positivos; P = {2, 4, 6, 8, 10, 12,…}

2 – Por compreensão:

Um conjunto é representado por compreensão quando: é enunciada uma propriedade característica dos seus elementos. Isto é, uma propriedade que os seus e só os seus elementos possuam.

Exemplos:

B = {meses do ano}

D = {os meus CDs de música}

P = $\{p \in N: p = 2q$ para algum $q \in N\}$

Q= $\{x \in N: x$ é primo$\}$

R = {x: x é um número natural par e positivo}

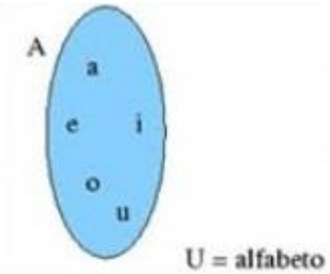
S = $\{x \in Z: 2 \leq x < 5\}$

3 – Por Diagrama

Consiste em representar os elementos de um conjunto internamente a um retângulo (geralmente) e os elementos dos subconjuntos, limitados por uma linha fechada e não entrelaçada.

Exemplo:

A é o conjunto das vogais do nosso alfabeto



Conjunto unitário

É o conjunto que possui um único elemento.

Exemplo: A= { fevereiro},

B = { número primo que é par}.

Conjunto vazio

É o conjunto que não possui elementos. É representado por: { } ou Ø.

Exemplo:

Assim teríamos: A= { } ou A = Ø

Relação de pertinência

Quando um elemento está em um conjunto, dizemos que ele pertence a esse conjunto.

Exemplos:

F = {0, 2, 4, 6, 8,…}

2 $\in$ F → lê-se: 2 pertence a F.

3 $\notin$ F→ lê-se: 3 não pertence a F.

Relação de Inclusão

Usamos os símbolos de inclusão de conjunto na relação entre dois conjuntos.

$\subset$ → está contido

$\not\subset$ → não está contido

$\supset$ → contém

$\not\supset$ → não contém

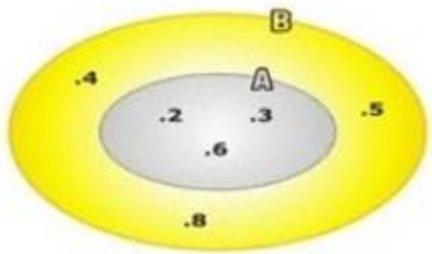
$\subseteq$ → está contido ou é subconjunto ou é uma parte

$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x\ (x \in A \rightarrow x \in B)$

Exemplos:

1) Dados os conjuntos abaixo, E = {-2, -1, 0}, F = {0, 2, 4, 6, 8, …} e G = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}. Podemos afirmar que $F \subset G$, $G \supset F$, $E \not\supset F$, $F \not\subset E$

2) $A \subset B$ ou $B \supset A$



Subconjuntos

Se cada elemento de um conjunto **A** pertence a um outro conjunto **B**, dizemos que **A** é subconjunto de **B**. Assim**:** **A ⊂ B**, que se lê: **A** está contido em B. Simbolicamente escrevemos:

$$\mathbf{A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)\ (x \in A \Rightarrow x \in B)}$$

O conjunto **A** = {2, 3, 4, 5} é um subconjunto de **B** = {1, 2, 3, 4, 5, 6} , pois cada um dos elementos de **A** se acha em **B** (note que a recíproca não é verdadeira). Quando dois conjuntos **C** e **D** têm todos os elementos em comum (**C = D**), implica em: **C ⊂ D e D ⊂ C**. Por exemplo o conjunto **C** ={3, 6, 9} está contido em **D** = {9, 3, 6} e vice-versa.

Caso exista pelo menos um elemento de **A** que não pertença a **B**, dizemos que A não está contido em B, ou que A não é subconjunto de **B**. Simbolicamente escrevemos:

$$\mathbf{\exists x\ /\ (x \in A \text{ e } x \notin B) \Rightarrow A \not\subset B}$$

Conjunto das Partes

Em geral, para qualquer conjunto **A**, pode-se construir um novo conjunto, cujos elementos sejam todos os subconjuntos possíveis de **A. A** esse novo conjunto chamamos de: Conjunto das partes de **A**, que é representado por **P (A)**.

$$P(A) = \{x/x \subset A\}$$

Exemplo:

Sendo o conjunto A={2, 3, 5}, podemos escrever seus subconjuntos como segue:

Com zero elemento – { }

Com um elemento – {2}, {3}, {5}

Com dois elementos – {2,3}, {2, 5}, {3, 5}

Com três elementos – {2,3, 5}

Assim, temos:P(A) = { { }, {2}, {3}, {5}, {2,3}, {2, 5}, {3, 5}, {2,3, 5} }

Pode-se demonstrar que, se **n(P(A)) = k** então, o número de elementos que formam o conjunto das partes de A, é dado por $\mathbf{(P(A))=2^{K}}$.

Operações com conjuntos

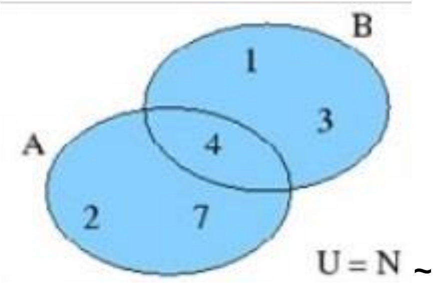
1 – União

A união entre dois conjuntos **A** e **B** consiste num outro conjunto **C** de todos os elementos que pertencem a **A** ou a **B** ou a ambos. Simbolicamente, temos: $C = A \cup B$, lê-se: **C** é igual a **A** união **B**. De uma maneira mais concisa a definição dada acima pode ser escrita simbolicamente por**:**

$$A \cup B = \{x/x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Exemplo:

Fazendo a união dos conjuntos **A** = {2, 4, 7} e, **B** = {1, 3, 4}, temos: $A \cup B$ = {1, 2, 3, 4, 7} Também podemos representar a união usando diagramas:



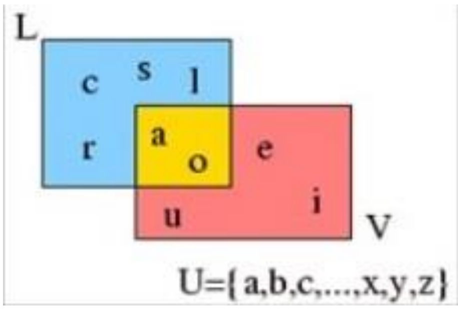
2 – Intersecção

Chamamos de intersecção de um conjunto **A** com outro conjunto **B**, ao conjunto constituído pelos elementos **x** que pertencem tanto a **A** como a **B**, simultaneamente. **A** esse conjunto indicamos: **A ∩ B**, lê-se: "**A intersecção B**", ou por simplicidade "**A inter B**". Esquematicamente temos:

$$A \cap B = \{x/x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Exemplo:

Sejam **L = {c, a, r, l, o, s}** e **V = {a, e, i, o, u}**, temos: **L ∩ V = {a, o}** . Em diagramas:



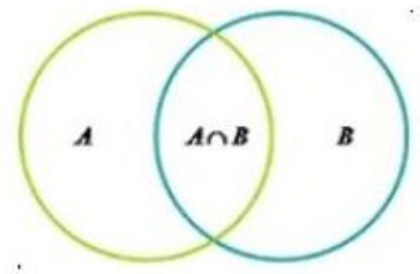
3 – Diferença

Denominamos diferença **A – B (lê-se: A menos B)**, o conjunto formado pelos elementos pertencentes a **A** e não a **B**, seja: Sejam **L = {c, a, r, l, o, s}** e **V = {a, e, i, o, u}**, temos:, temos que a diferença **L – V = {c, r, l, s}** . Em diagramas:

$$A - B = \{x/x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

4 – Número de elementos da união de dois conjuntos

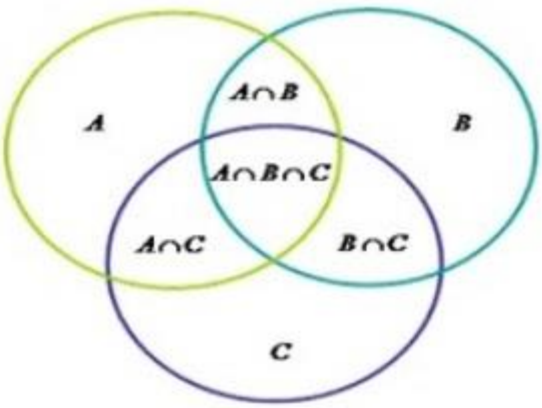
Consideremos dois conjuntos **A** e **B**, iremos determinar os elementos de **A** por **n(A),** os elementos de **B por n(B),** a união de **A** com **B** por **n(A U B)** e a intersecção de **A** com **B** por **n(A ∩ B).** A relação utilizando o diagrama:



$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

5- Número de elementos da união de três conjuntos

Considerando os conjuntos **A, B** e **C** teremos a seguinte relação na determinação do número de elementos:



$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

Exemplo Uma avaliação contendo duas questões foi dada a 200 alunos. Sabendo que:

– 50 alunos acertaram as duas questões.

– 100 alunos acertaram a primeira questão.

– 99 alunos acertaram a segunda questão.

Quantos alunos erraram as duas questões?

1º questão = n(A)

2º questão = n(B) A

certaram as duas questões → $n(A \cap B) = 50$

Acertaram somente a questão A → $n(A) - n(A \cap B) = 100 - 50 = 50$

Acertaram somente a questão B → $n(B) - n(A \cap B) = 99 - 50 = 49$

Erraram as duas questões → $U - n(A) - n(B) - n(A \cap B) = 200 - 50 - 50 - 49 = 51$

Exercícios

1) Marque a(s) sentença(s) verdadeira(s):

- [ ] $0 \in \emptyset$
- [ ] $\{a, b\} \in \{a, b, c, d\}$
- [ ] $\{x \mid 2x + 9 = 13\} = \{2\}$
- [ ] $a \in \{a, \{a\}\}$

2) Sendo A = {1, 2}, B = {2, 3}, C = {1, 3, 4} e D={1, 2, 3, 4}, marque a(s) sentença(s) verdadeira(s):

- [ ] $B \subset D$
- [ ] $A \subset B$
- [ ] $A \not\subset C$
- [ ] $D \supset A$

3) Se A, B e C são conjuntos quaisquer, marque a(s) sentença(s) verdadeira(s):

- ☐ $A \cup \emptyset = A$
- ☐ $B \cap \emptyset = \emptyset$
- ☐ $(A \cap B) \subset B$
- ☐ $B \supset (A \cup B)$

4) Dados os conjuntos A = {a, b, c}, B = {a, c, d, e}, C={c, d} e D = {a, d, e}, marque a(s) sentença(s) verdadeira(s).

- ☐ $A - B = \{b\}$
- ☐ $B - C = \{a, e\}$
- ☐ $D - B = \{c\}$
- ☐ $C_A^C = \emptyset$

5) Sejam A e B subconjuntos de um conjunto universo U. Se U tem 35 elementos, A tem 20 elementos, $A \cap B$ tem 6 elementos e $A \cup B$ tem 28 elementos, determine o número de elementos dos conjuntos:

B=

A – B=

B – A=

A=

6) Uma editora estuda a possibilidade de lançar novamente as publicações Helena, Senhora e A Moreninha. Para isto, efetuou uma pesquisa de mercado e concluiu que em cada 1000 pessoas consultadas: 600 leram A Moreninha; 400 leram Helena; 300 leram Senhora; 200 leram A Moreninha e Helena; 150 leram A Moreninha e Senhora; 100 leram Senhora e Helena; 20 leram as três obras;

Calcule:

a) O número de pessoas que leu apenas uma das obras.

b) O número de pessoas que não leu nenhuma das três obras.

c) O número de pessoas que leu duas ou mais obras. Resposta:

7) (PUC) – Numa comunidade constituída de 1800 pessoas há três programas de TV favoritos: Esporte (E), novela (N) e Humanismo (H). A tabela abaixo

indica quantas pessoas assistem a esses programas.

Programas	E	N	H	E e N	E e H	N e H	E, N e H	Nenhum
Número de telespectadores	400	1220	1080	220	180	800	100	x

Através desses dados verifica-se que o número de pessoas da comunidade que não assistem a qualquer dos três programas é:

A) 200 B) os dados do problema estão incorretos C) 900 D) 100 E) N.D.A

8) Através desses dados verifica-se que o número de pessoas da comunidade que não assistem a qualquer dos três programas é:

A) 200 B) os dados do problema estão incorretos C) 900 D) 100 E) N.D.A