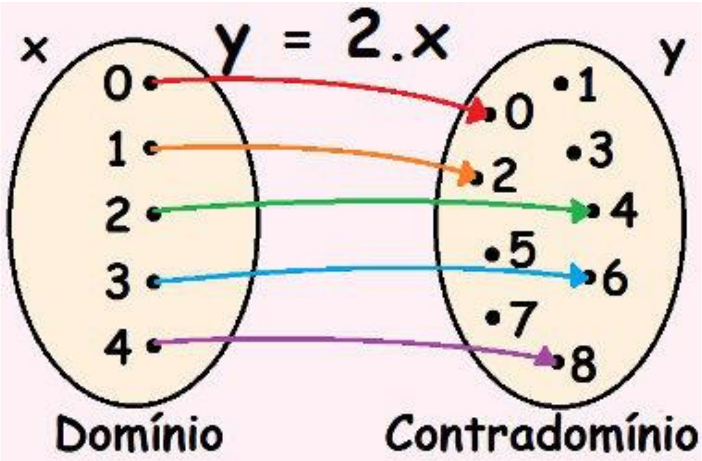
Definição de Função.

Função é uma regra que relaciona cada elemento de um conjunto (representado pela variável x) a um único elemento de outro conjunto (representado pela variável y). Para cada valor de **x,** podemos determinar um valor de **y**, dizemos então que "**y** está *em função* de **x**"

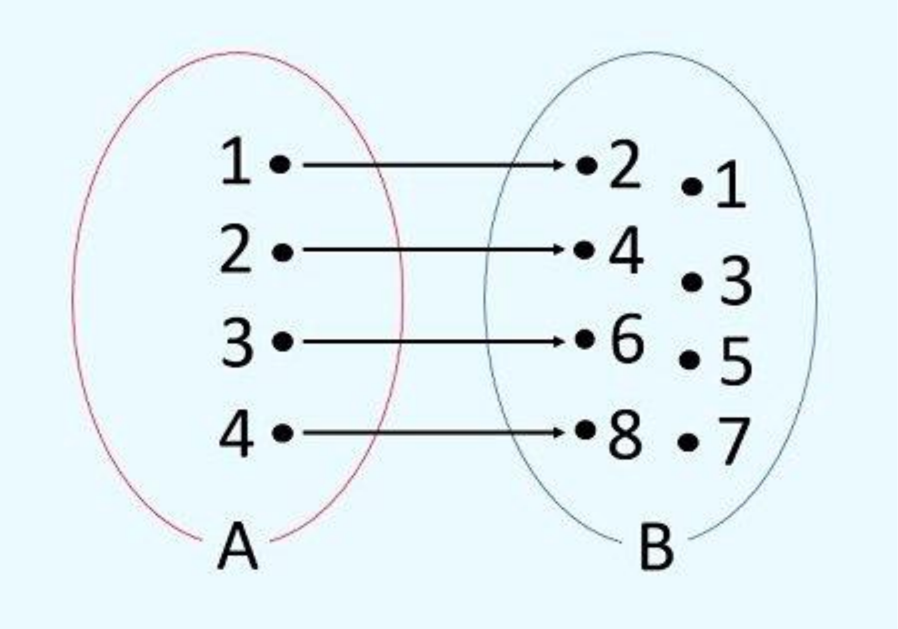
Vamos representar uma função de números naturais de forma que, para cada número natural escolhido, obtenha-se o seu dobro. Por exemplo, se escolhermos o **1**, teremos o número **2;** se escolhermos o **2**, teremos o **4;** se escolhermos o **3,** teremos o **6** e assim por diante. Podemos representar uma função utilizando o diagrama de flechas ou o diagrama de setas, como na figura a seguir:



Nessa representação há dois conjuntos numéricos, um domínio e um contradomínio. *Dentro* do contradomínio há um subconjunto chamado de **imagem.** Esse subconjunto é composto pelos elementos que estão recebendo a seta, isto é, aqueles que possuem alguma relação com os elementos do domínio. Ao trabalharmos com funções, sempre teremos uma "*lei da função*" que determinará como serão os elementos da imagem dessa função. Nesse caso, há uma função de **y em relação a x**, uma vez que, para cada **x** escolhido, há um y. Dizemos ainda que **y** é a **variável dependente** e, por sua vez, que **x** é a **variável independente**.

Se os elementos do domínio e da imagem de uma função pertencem ao conjunto dos números inteiros, por exemplo, dizemos que **f:** $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, lemos que *"f é uma função cujo domínio pertence aos inteiros e cuja imagem pertence aos inteiros"* ou, simplesmente, *"f é uma função de inteiros em inteiros"*.

Exemplo: observe os conjuntos A = {1, 2, 3, 4} e B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}, com a função que determina a relação entre os elementos *f*: A → B é x → 2x. Sendo assim, *f*(x) = 2x e cada x do conjunto A é transformado em 2x no conjunto B.

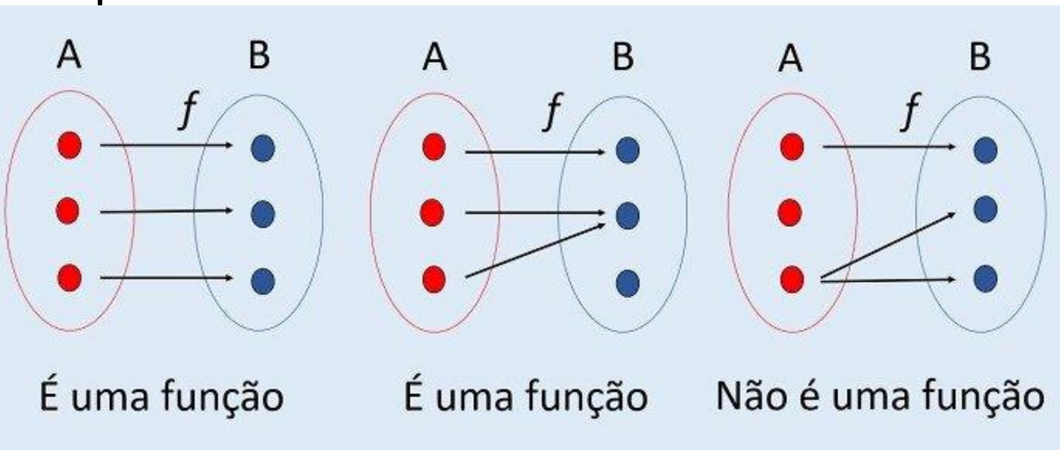


Note que o conjunto de A {1, 2, 3, 4} são as entradas, "multiplicar por 2" é a função e os valores de B {2, 4, 6, 8}, que se ligam aos elementos de A, são os valores de saída.

Portanto, para essa função:

- O domínio é {1, 2, 3, 4}
- O contradomínio é {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
- O conjunto imagem é {2, 4, 6, 8}

Exemplo



Notação para função: *f*: A → B (lê-se: f de A em B).

Tipos de funções

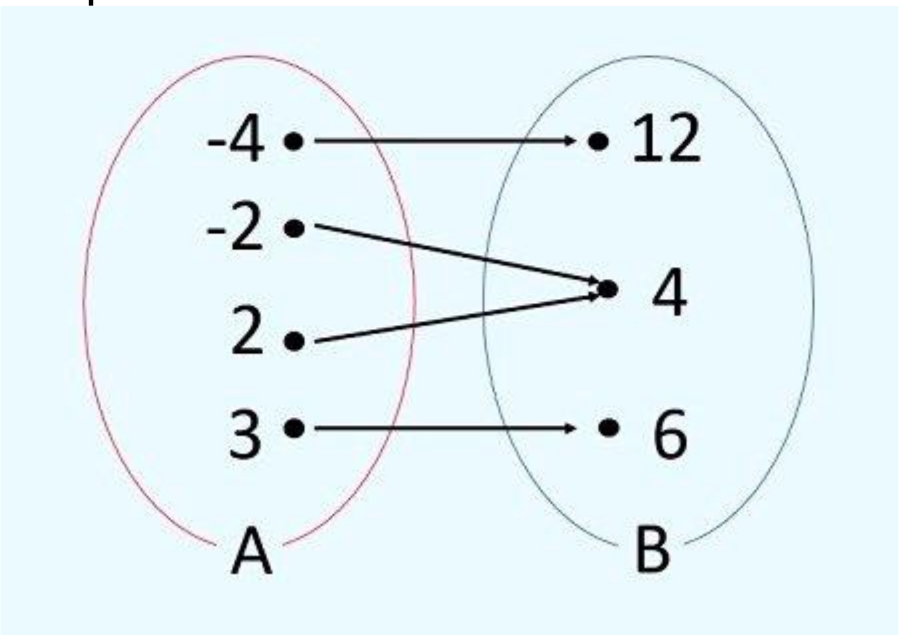
As funções recebem classificações de acordo com suas propriedades. Confira a seguir os principais tipos.

Função sobrejetora

Na funçãosobrejetora o contradomínio é igual ao conjunto imagem. Portanto, todo elemento de B é imagem de pelo menos um elemento de A.

Notação: f: A → B, ocorre a Im(f) = B

Exemplo:

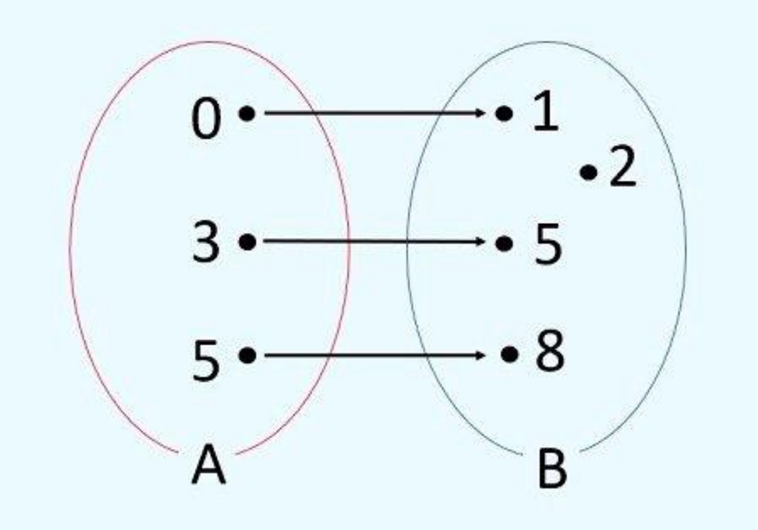


Para a função acima:

- O domínio é {-4, -2, 2, 3}
- O contradomínio é {12, 4, 6}
- O conjunto imagem é {12, 4, 6}

Função injetora
Na função injetora todos os elementos de A possuem correspondentes distintos em B e nenhum dos elementos de A compartilham de uma mesma imagem em B. Entretanto, podem existir elementos em B que não estejam relacionados a nenhum elemento de A.

Exemplo:

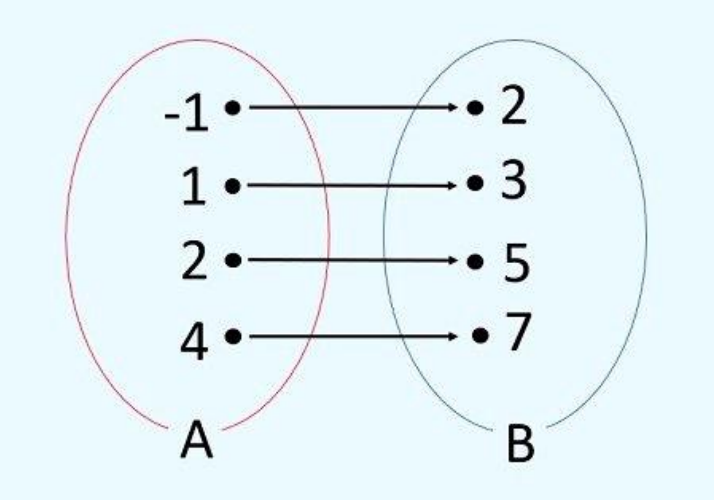


Para a função acima:

- O domínio é {0, 3, 5}
- O contradomínio é {1, 2, 5, 8}
- O conjunto imagem é {1, 5, 8}

Função bijetora
Na função bijetora os conjuntos apresentam o mesmo número de elementos relacionados. Essa função recebe esse nome por ser ao mesmo tempo injetora e sobrejetora.

Exemplo:

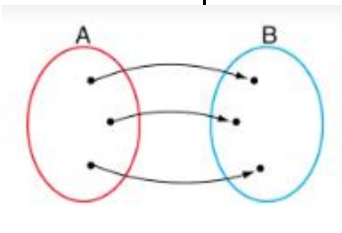


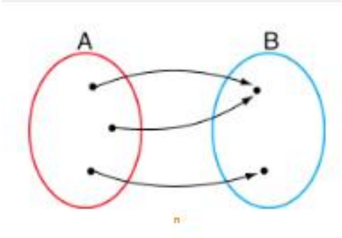
Para a função acima:

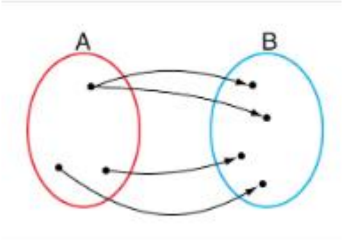
- O domínio é {-1, 1, 2, 4}
- O contradomínio é {2, 3, 5, 7}
- O conjunto imagem é {2, 3, 5, 7}

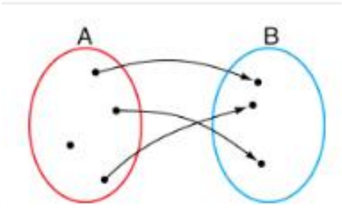
Exercícios

1) Marque somente a(s) alternativa(s) onde a relação representada no esquema é uma função de A em B. Considere que os pontos assinalados representam os elementos dos conjuntos A e B.









2) Sendo A={−1,0,1,2} e B={−2,−1,0,1,2,3,4}, marque a(s) alternativa(s) onde a lei dada define uma função de A com valores em B:

$f(x)=2x$

$f(x)=x^2$

$f(x)=2x+1$

$f(x)=|x|-1$

3) Considere f uma função de R em R dada por $f(x)=3x^2 - x + 4$. Calcule:

a) f(1)

b) f(-1)

c) f(0)

d)f(12)

4) Sendo f: F Q F dada por $f(x)=2x+(-1)^x$, calcule:

a) f(0)

b) f(1)

c) f(2)

5) Uma função f: H Q H é definida pela lei $f(x)=m \cdot 4^x$, sendo m uma constante real. Sabendo que f(1)=12, determine o valor de:

a) m

b) f(2)